מוסד שמואל נאמן
למחקר מתקדם במדע וטכנולוגיה

טיפוח מחוננות מתמטית

אברהם ברמן • שי גירון

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

מוסד שמואל נאמן
למחקר מתקדם במדע וטכנולוגיה

טיפוח מחוננות מתמטית

עורכים

פרופ' אברהם ברמן
הפקולטה למתמטיקה
הטכניון
מכון טכנולוגי לישראל

פרופ' שי גירון
החוג למתמטיקה
הפקולטה למדעים והוראתם
אוניברסיטת חיפה

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

תוכן עניינים

מוסד שמואל נאמן
למחקר מתקדם במדע וטכנולוגיה

הנכם מוזמנים ליום עיון על "טיפוח מחוננות מתמטית", שיתקיים ביום חמישי 25.5.2000 אחה"צ, באולם בטלר, מוסד ש. נאמן למחקר בקריית הטכניון.

תוכנית יום העיון:

13:30-13:45 התכנסות

13:45-14:00 ברכות

- אלוף (מיל.) עמוס לפידות, נשיא הטכניון
- פרופ' יקי שטרנפלד, דיקן הפקולטה למדעים והוראתם, אוניברסיטת חיפה

14:00-15:30 מושב ראשון:

- פרופ' ברנרד פינציוק, אוניברסיטת בר אילן והמכללה האקדמית נתניה: תוכנית בר אילן לקידום תלמידים מוכשרים לבגרות מוקדמת.
- פרופ' דוד ברנדון, ראש המרכז לחינוך קדם-אקדמי, הטכניון: מכיתות טכניוניות לשילוב תלמידי תיכון מצטיינים בלימודים סדירים בטכניון.
- ד"ר מירי עמית, אוניברסיטת בן גוריון: קידומטיקה – המועדון המתמטי בדרום.
- ד"ר בנו ארבל, מכללת סמינר הקיבוצים ואוניברסיטת ת"א: התכנית לנוער מוכשר במתמטיקה.
- פרופ' שי גירון, אוניברסיטת חיפה: פרויקט האולימפיאדות במתמטיקה.
- ערן אסף, כיתה י"א בביה"ס אחד העם, פתח תקוה: רביעיות דיאופנטיות.

15:30-16:00 הפסקה וכיבוד

16:00-17:20 מושב שני:

- גב' טובה ליבמן, ביה"ס ליאו בק, חיפה: תוכנית קולומביה – מסקנות מ- 20 שנות הוראה.
- גב' נאוה לבנה, אוניברסיטת ת"א: רמות כישורים אקדמיים ויצירתיים במתמטיקה – רציונל בהערכה פסיכומטרית.
- רב שיח בהשתתפות פרופ' אבי ברמן, הטכניון; פרופ' שי גירון, אוניברסיטת חיפה; פרופ' דני הרשקוביץ, דיקן הפקולטה למתמטיקה בטכניון; פרופ' אורי לירון, ראש המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים בטכניון; ד"ר אריקה לנדאו, מייסדת ומנהלת המכון לקידום נוער ליצירתיות ומצוינות, ת"א; ד"ר מירי עמית, מפמ"ר מתמטיקה משרד החינוך; גב' שלומית רחמל, מנהלת המחלקה למחוננים, משרד החינוך.

נשמח לראותכם ביום העיון.

א/ אבי ברמן
פרופ' אברהם ברמן
הפקולטה למתמטיקה
הטכניון

שי
פרופ' שי גירון
הפקולטה למדעים והוראתם
אוניברסיטת חיפה

הזמנה זו מהווה אישור כניסה לטכניון.

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל
קרית הטכניון, חיפה 32000 טל: 823 7145 ,04 829 2329 פקס: 04 823 1889 info@neaman.org.il

הקדמה

רמת המתמטיקה בחינוך התיכוני בישראל אינה משביעה רצון, כפי שניתן לראות בשנים האחרונות בסקרים בינלאומיים. תופעה זו מדאיגה במיוחד לאור חשיבות החינוך המתמטי כמפתח להצלחה במדע וטכנולוגיה ותעשיות ההיי-טק המבוססות עליהם.

יחד עם זאת, נעשות באוניברסיטאות השונות בארץ פעולות מוצלחות לטיפוח מחוננות מתמטית ונבחרת ישראל באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית במתמטיקה זוכה שוב ושוב להישגים נאים. יום עיון שדן בפעולות אלה התקיים במוסד נאמן ב- 25.5.2000 ע"י עורכי החוברת שלפניכם.

ביום העיון ניתנו הרצאות על מחוננות מתמטית וסקירות על הפעולות השונות. פרופ' דניאל הרשקוביץ', דיקן הפקולטה למתמטיקה, הביא את ברכת הטכניון. גברת שלומית רחמל, מנהלת המחלקה למחוננים במשרד החינוך, הביאה את ברכת המשרד. פרופ' ברנרד פינצ'וק תאר את תוכנית בר-אילן לקידום תלמידים מוכשרים לבגרות מוקדמת. פרופ' דוד ברנדון תאר פעילות דומה של כיתות טכניוניות ואת התוכנית לשילוב תלמידי תיכון מצטיינים בלימודים סדירים בטכניון. ד"ר בנו ארבל הסביר את תוכנית אוניברסיטת תל-אביב לטיפוח נוער מוכשר במתמטיקה וד"ר מירי עמית תיארה את "קידומטיקה" – המועדון המתמטי בדרום הארץ. פרופ' שי גירון תאר את פרוייקט האולימפיאדות במתמטיקה שכולל אולימפיאדות ארציות ואת ההכנה לאולימפיאדה הבינלאומית. גברת נאווה ליבנה הרצתה על מחקרה בנושא הערכה

פסיכומטרית של רמת כישורים אקדמיים ויצירתיים במתמטיקה וגב' טובה ליבמן הציעה מסקנות מהוראה לפי תוכנית קולומביה, בכיתת המחוננים בביה"ס ליאו-בק. דוגמא לפעילות מחקרית של תלמידים מחוננים ניתנה בהרצאה מתמטית של ערן אסף, תלמיד בביה"ס "אחד-העם" בפתח תקווה.

חוברת זו מסכמת את ההרצאות שניתנו בכנס ומביאה מידע על פעילויות נוספות לטיפוח מצוינות מתמטית המתקיימות בארץ. אחד המאמרים בחוברת מנתח את רמתם של התלמידים המצטיינים במיוחד בישראל, לאור תוצאות האולימפיאדה ע"ש פרופ' גרוסמן.

הדיון בסיומו של יום העיון עסק בשאלה כיצד ניתן לקדם עוד יותר את ההישגים והרמה של שכבת התלמידים המצטיינים בארץ. בהקשר זה זוהו הבעיות הבאות כגורם מעכב:

1. הוראה – רמת הדרישות בביה"ס אינה גבוהה דייה, כדי לקדם כהלכה את המצטיינים. הגישה הטכנית/אלגוריתמית בהוראה אינה מעודדת שימוש יצירתי בכלים הנלמדים. מושג ההוכחה המתמטית אינו מוטמע היטב.
2. עידוד להצטיינות – אין עידוד מספיק במערכת החינוך להצטיינות מעבר לדרישות הבסיסיות. אין הד חיובי מספק לתלמידים המצליחים מעבר לדרישות (למשל בתחרויות ארציות ובינלאומיות) ולמורים המביאים אותם להצטיינות זו.
3. חומר העשרה – אין תקציב ליצירת חומר העשרה בעברית המיועד לשכבת התלמידים המצטיינים במיוחד, ולכן אין כמעט חומר העונה על צורכיהם ועל צורכי המורים האמורים לקדמם ואין עידוד של תלמידים ותגמול למורים להשתמש בחומר כזה.

הפעילות המתוארת בחוברת היא מבורכת אך אין ספק שיש מקום לפעילות רבה יותר. לשם כך יש צורך בעידוד נוסף ממערכת החינוך והעומדים בראשה, שיביא למימוש הפוטנציאל הגבוה הגלום בנוער הישראלי. מימוש פוטנציאל זה הוא משימה לאומית חשובה ביותר ואנו מקווים שיום העיון תרם מעט להכרה בחשיבותה.

המאמרים מופיעים בחוברת בסדר האלפביתי של שמות המשפחה של כותביהם. ברצוננו להודות למר שוקי ארושס שסייע בהכנת החוברת ולמוסד נאמן שסיפק את האכסניה לכנס ותמך בארגונו.

התוכנית לגילוי וטיפוח תלמידי בית ספר מצטיינים במתמטיקה שבבית הספר למדעי המתמטיקה, אוניברסיטת תל-אביב.

ד"ר בנו ארבל, אונ' ת"א ומכללת הקיבוצים

ארנולד רוס כותב במאמרו ?Nature or Nurture בנוגע לכישרון את הדברים הבאים:

"It is quite usual for scientific or mathematical talent to manifest itself at an early age - often in the early teens. In the instances of the successful maturing of such talent and of development of high competence, one finds often the continued opportunity for contact with mathematical and scientific ideas and with people who are capable of providing encouragement and guidance toward significant challenges. **It appears that very vivid, early impressions leave their mark upon the nature of the ultimate achievement.**

מדברים אלה משתמעת החשיבות של גילוי מוקדם של הכשרון וטיפוחו באווירה מתאימה.

בבית הספר למדעי המתמטיקה שבאוניברסיטת תל-אביב קיימת מסורת של עשרות שנים לעודד תלמידי בית ספר תיכון או אפילו צעירים יותר, לפתח מוקדם ככל האפשר את היכולות המתמטיות שלהם.

פרופסור אמנון יקימובסקי יזם, עוד לפני יותר מ- 30 שנה, את התוכנית בה מאפשרים לתלמידים מצטיינים במתמטיקה להתחיל את לימודיהם האוניברסיטאים בהיותם תלמידים בבית הספר התיכון (או אפילו קודם לכן).

בתחילה היה פרופסור יקימובסקי מראיין כל תלמיד שפנה אליו ואם הוא הוכיח את עצמו, היה מתקבל כתלמיד במעמד מיוחד ללימודי מתמטיקה באוניברסיטה. אנו חייבים להזכיר כי פרופסור גדעון צבס (זכרונו לברכה) הקים

לפני כ - 25 שנה את מועדון π לנוער שוחר מתמטיקה, ובו נמצאו מועמדים "טבעיים" לתוכנית של פרופסור יקימובסקי.

התוכנית לגילוי וקידום תלמידי בית ספר מצטיינים במתמטיקה הפכה להיות ממוסדת לפני חמש עשרה שנה והיא מוכרת כיום כאחת הפעילויות של בית הספר למדעי המתמטיקה של אוניברסיטת תל-אביב. ראשי בית הספר למדעי המתמטיקה החל עם פרופ' יקימובסקי ואחריו פרופ' מרצל הרצוג, פרופ' נירה דין, פרופ' אורי ליברמן וכעת פרופ' נוגה אלון תמכו ותומכים בתוכנית ומשתתפים באופן פעיל בהגשמתה.

התוכנית מאפשרת לתלמידים מצטיינים באופן מיוחד במתמטיקה לסיים את לימודי התואר הראשון שלהם (ולפעמים אפילו התואר השני) יחד עם לימודיהם בבית הספר התיכון.
התוכנית היא מודולרית ומאפשרת לתלמידים המצטיינים להשתלב במקום המתאים להם ביותר. נביא עתה את האפשרויות שמביאה התוכנית.

א. תלמידים שסיימו את מבחן הבגרות במתמטיקה ברמה של 5 יחידות לימוד בציון 95 לפחות, עוד לפני היותם בכיתה י"ב, רשאים להתקבל כתלמידים "במעמד מיוחד" בבית הספר למדעי המתמטיקה שבאוניברסיטת תל-אביב (אם אין עדיין בידם תעודת בגרות מלאה).

ב. תלמידים שעדיין לא סיימו את מבחן הבגרות במתמטיקה רשאים לגשת ל - 3 מבחני סינון המדורגים על פי דרישות שונות.
תלמיד המכיר היטב את נושאים באלגברה, גיאומטריה וטריגונומטריה הנדרשים לבחינת הבגרות ברמה של 5 יחידות לימוד וכן מורגל בפתרון בעיות לא שגרתיות, רשאי לגשת **למבחן B**.
תלמיד שאינו בקיא בנושאים הללו רשאי לגשת **למבחן A** הדורש ידע בסיסי באלגברה וגיאומטריה יחד עם הבנה מעמיקה ויכולת פתרון בעיות.
תלמיד שהצליח במבחן A רשאי להירשם לקורס הכנה א' שנערך במסגרת בית הספר למדעי המתמטיקה ושנושאי הלימוד שלו הם אלה הנדרשים למבחן B.

תלמיד המצליח במבחן B רשאי לגשת למבחן C אם הוא מכיר היטב את הנושאים בהנדסת המרחב, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, הנדסה אנליטית, אינדוקציה מתמטית, הבינום של ניוטון, מספרים מרוכבים וקומבינטוריקה הנלמדים בבית הספר ברמה של 5 יחידות לימוד.

האפשרות האחרת של תלמיד שהצליח במבחן B היא ללמוד בקורס הכנה ב' בו נלמדים הנושאים הנדרשים במבחן C.

ג. תלמיד שהצליח הן במבחן B והן במבחן C או עבר בהצלחה את מסלול קורסי ההכנה א' ו - ב', רשאי להתקבל כתלמיד במעמד מיוחד בבית הספר למדעי המתמטיקה, בהתאם לאמור בסעיף א'.

ד. כל אחד מקורסי ההכנה נמסך 13 שבועות, במפגש שבועי אחד בשעות אחר הצהרים, 4 שעות לימוד במפגש.

כשרון מתמטי מתבטא בקבוצה של יכולות הניתנות להבחנה אצל הפרט. אם לנבחן יהין הישגים משמעותיים בכל היכולות הללו, או בחלקם הגדול, קיימת הסתברות גבוהה לעבודה יצירתית מוצלחת בעתיד, בתחום המתמטיקה ובתחומים קרובים.

מבחני הסינון בנויים בהתאם לאמור לעיל. שאלות שונות במבחני המיון בוחנות היבטים שונים של כשרון מתמטי. מובן כי יכולות להיות קיימות דרכים שונות לפתור בעיה. כל תלמיד המצליח לפתור בעיות אלה מוכיח יכולת מתמטית ראויה לתשומת לב. לתלמידים אלה מיועדת התוכנית שאת פרטיה הבנו קודם לכן.

כשרון מתמטי מתבטא בסדרה של יכולות. הבעיות השונות המופיעות במבחנים מטרתן לבחון היבטים שונים של יכולת מתמטית. תלמיד שמצליח לפתור אפילו חלק מבעיות אלה, מוכיח ללא ספק כשרון מתמטי אמיתי. עלי להדגיש כי השאלות הנשאלות הן בעיות ולא תרגילים. בעיה היא משימה עבורה אין אלגוריתם מידי שמביא לפתרונה. תרגיל בא לחזק את החומר הנלמד. לכל הבעיות המופיעות בחוברת מצורפים גם הפתרונות. לפעמים הפתרונות המובאים הם כלליים יותר מאלה הצפויים שיינתנו על ידי התלמידים.

מבחני הסינון מתקיימים פעמיים בשנה, בחודש פברואר ובחודש אוקטובר.

מספר בתלמידים בקורס הכנה נע בין עשרה לחמישה עשר. מספר התלמידים במעמד מיוחד (תלמידים שכבר לומדים קורסים לתואר במתמטיקה או מדעי המחשב) נע בין שלושים וארבעים כל שנה.

תלמידים שהגיעו לתוכנית בכתות ז' או ח' מצליחים לסיים בדרך כלל את הלימודים לתואר ראשון (ולפעמים גם לתואר שני) יחד עם סיום בית הספר התיכון. אחרים, מצליחים לסיים בין שנת לימודים אחת לשתי שנות לימוד.

עם קבלת הזכאות לתעודת בגרות התלמידים במעמד מיוחד רשאים להפוך לתלמידים מן המניין ולהמשיך את לימודיהם עד לקבלת התואר.

פרויקטים לקידום וטיפוח מצויינות במתמטיקה

פרופ' שי גירון, החוג למתמטיקה אונ' חיפה

הפרויקטים עליהם ברצוני לדווח כוללים את פרוייקט התחרויות במתמטיקה לנוער, את מדף הספרים המתמטי ואת אתגר - גיליונות מתמטיקה.

פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער: פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער מכין את הנבחרת הישראלית לקראת אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית שהיא התחרות הקשה והיוקרתית ביותר בעולם בתחום זה, ומשתתפות בה נבחרות לאומיות מכ80- מדינות. כחלק מהחתירה להישגים מכובדים בתחרות השנתית הבינלאומית, מקיים הפרויקט מגוון פעילויות במהלך השנה. פעילויות אלה מפורטות בנספח א'. הפעילויות כוללות תחרויות מתמטיקה ארציות, סדנאות העשרה מרוכזות, מחנות אימונים, תחרות דו לאומית שנתית עם נבחרת הונגריה (שהיא מעצמה עולמית בתחום זה) ותחרויות רב לאומיות אחרות. מטרת הפרויקט היא איתור שכבת התלמידים המצטיינים ביותר בארץ, טיפוחם וקידומם. הישגי נבחרות ישראל באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית בשנים האחרונות, בהן מופעל הפרויקט, מכובדים ביותר, ראה נספח ב'. קהל היעד של הפרויקט הוא תלמידי תיכון בארץ, בעלי מוטיבציה וכשרון למתמטיקה, ומוריהם. התחרויות הארציות המוצעות על ידי הפרויקט פתוחות לכל. לנבחרת ישראל לתחרויות מתמטיקה בינלאומיות מתקבלים התלמידים שעברו בהצלחה את שלבי המיון הארציים: המצטיינים בתחרויות הארציות מוזמנים לסדנאות ולמחנות האימונים, מקבלים חומר לימוד וחומר לעבודה עצמית, מגישים עבודות לבדיקה, ומתחרים על מקומם בנבחרת ישראל לתחרות המתמטיקה הדו לאומית ישראל-הונגריה, לתחרויות רב לאומיות אחרות, ולבסוף, כגולת הכותרת, לאולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית.

מדף הספרים המתמטי של פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער: זהו מבצע פיתוח של אוסף ספרים, ספרונים וחוברות מתמטיקה בעברית. אוסף מקורי וייחודי זה מציע חומר לימוד, העשרה ועבודה עצמית למתעניינים ולמועמדים הפוטנציאליים להשתתפות בתחרויות מתמטיקה. מדף הספרים המתמטי עונה לא רק על צרכים חינוכיים כי אם גם על צרכים חברתיים בישראל. פרויקט זה נותן הזדמנות שווה לתלמידים הפזורים בכל רחבי הארץ, עבורם חוגי ההעשרה השבועיים של פרויקט התחרויות במתמטיקה הניתנים

בערים הגדולות, כמו גם רוב אפשרויות העשרה האחרות באופן כללי, אינם נגישים. הקורא החרוץ השוקד על החומר יוכל לא רק לקדם את עצמו רבות, אלא אף להתמודד בכבוד על מקומו בנבחרת הישראלית לאולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית ללא קשר למקום מגוריו. החומר יכול לשמש כלי עזר למורים המעונינים להעביר חוגי העשרה לתלמידים במקומות מגוריהם.

אתגר-גליונות מתמטיקה: זהו עיתון מתמטי לנוער, המוצא לאור מזה כ 30 שנה, כיום בחסות אוניברסיטת חיפה. העיתון מיועד לתלמידי תיכון מתעניינים ומצטיינים, למורי מתמטיקה, ולכל אוהבי המתמטיקה החפצים בהרחבת אופקיהם. בעיתון מתפרסמים מאמרים מתמטיים מגוונים הכתובים ברמה ובאופן הפונים אל תלמידי התיכון המצטיינים והמתעניינים במתמטיקה, ולמוריהם. בנוסף למאמרים מופיעות בעיתון חידות ופתרונותיהן, ומובאים דיווחים מפורטים בעיות, פתרונות, ותוצאות של תחרויות מתמטיקה שונות בארץ ובעולם. אתגר-גליונות מתמטיקה מתאפיין ברמת חומר גבוהה במיוחד. הוא מהווה כלי העשרה חשוב התורם לתלמידים מתעניינים, למורים ול"פולקלור מתמטי" בארץ.

נספח א' - פירוט הפעילויות בפרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער

תחרויות מתמטיקה ארציות

שלב חשוב בבניית קבוצת מועמדים טובה הוא איתור תלמידים מוכשרים ובעלי מוטיבציה. איתור בשלב מוקדם של שנת הלימודים הוא חשוב ביותר. הנתונים על המועמדים נאספים במהלך שנת הלימודים מתוצאות של תחרויות מתמטיקה ארציות. תכנית האיתור והאימונים היא רב שנתית: מועמדים צעירים מבטיחים שלא נכנסו לנבחרת בשנה אחת, וגילם מאפשר עדיין השתתפות באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית, מוזמנים להמשיך את האימונים בשנה שאחריה. כך נפרסת תקופת ההכנה של התלמידים לקראת האולימפיאדה הבינלאומית כתכנית רב שנתית.

התחרויות הארציות של הפרויקט

אולימפיאדת המתמטיקה הישראלית: תחרות פתוחה הנערכת בשלשה שלבים. שלבים א', ב', ג' נערכים בהתכתבות. השאלון של שלב א' המופץ בין כל בתי הספר התיכוניים בתחילת שנת הלימודים. זוהי תחרות הבסיס המהווה את התשתית ליצירת רשימת המועמדים. המטרה בתחרות זאת היא להגיע אל מספר מרבי של תלמידים, לעניין אותם בתחרויות מתמטיקה, לאתר את המצטיינים ולטפחם. לשאלון נחשפים אלפי תלמידים ברחבי הארץ. בפועל, מצליחים לפתור את השאלון, כ 300 תלמידים. לשלבים מתקדמים יותר מעפילים 50 תלמידים. שלב הגמר נערך בכתב, כתחרות בזמן קצוב.

אליפות בתי הספר במתמטיקה (דצמבר): תחרות הנערכת בחופשת החנוכה. כל בתי הספר התיכוניים מוזמנים לשלוח נבחרות בנות ארבעה תלמידים לתחרות המבוססת על עבודת צוות. בתי הספר מקבלים חוברת הכנה לתחרות. לבסוף, משתתפים בתחרות כ 50 נבחרות, וכ- 180 תלמידים.

תחרויות ארציות נוספות המשמשות לאיתור מועמדים

אולימפיאדת המתמטיקה הארצית על שם פרופ' גרוסמן (טכניון): מופעלת מזה 38 שנים ע"י הפקולטה למתמטיקה בטכניון. הועדה האחראית על התחרות כוללת את פרופ'

שי גירון (אוניברסיטת חיפה), פרופ' איתי שפריר ופרופ' דב וינריב (הפקולטה למתמטיקה, הטכניון). ניתוח התוצאות של התחרות האחרונה מופיע במאמר הבא בחוברת.

אולימפיאדת המתמטיקה הארצית על שם פרופ' י. גיליס (מכון ויצמן): התחרות נערכת במכון ויצמן. במסגרת שיתוף הפעולה עם פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער, מועברת אל ראש הפרויקט רשימת המצטיינים בתחרות, כדי שיוזמנו לסדנאות האימונים של הפרויקט.

תחרויות מתמטיקה בינלאומיות

אולימפיאדת המתמטיקה של ארצות הים התיכון (אפריל): תחרות המתקיימת מאז 1998. משתתפות בה כיום 10 מדינות (אוסטריה, גרוזיה, טורקיה, יוון, ישראל, מולדובה, סלובניה, ספרד, קרואטיה, רוסיה) ויתכן שיצטרפו מדינות נוספות. התחרות מתקיימת בו זמנית בכל אחת מהמדינות המשתתפות, באחריות הארגון המקומי בכל מדינה. את השאלון מחברים, בשיתוף פעולה, נציגי הארצות המשתתפות. התלמידים כותבים את התחרות בשפתם. עבודותיהם של עשרת התלמידים המצטיינים מתורגמות לאנגלית ונשלחות למרכזים הבינלאומיים (השנה בספרד). המצטיינים בין המדינות השונות זוכים במדליות לפי הישגיהם. בישראל מוזמנים להשתתף בתחרות 50 תלמידים.

תחרות המתמטיקה הדו-לאומית ישראל-הונגריה: תחרות שנתית בין הונגריה וישראל, שהחלה בשנת 1990 ומתקיימת בכל שנה זוגית בישראל ובכל שנה אי-זוגית בהונגריה. בשנה"ל תש"ס תתקיים התחרות בישראל. הונגריה היא מעצמה בתחרויות מתמטיקה, והתחרות הדו-לאומית היא כלי עזר חשוב לאימון מועמדים מישראל בתחרות בינלאומית. על סמך תוצאות שנאספו מהסדנאות המרוכזות הניתנות עד פברואר, התחרויות הארציות, הישגי התלמידים באימון בהתכתבות, ועבודות הבית שהגישו, נקבעת נבחרת בת ארבעה מתחרים כנבחרת המייצגת את ישראל בתחרות זאת. התחרות אורכת יומיים, במתכונת אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית (שאלון של 3 שאלות וזמן עבודה של 4.5 שעות בכל יום). בהמשך נערכת גם תחרות קבוצתית בה משתפים התלמידים פעולה כדי לפתור שאלות בנושא הנתון מראש, שעליו קבלו הדרכה. השבוע בו נערכת התחרות מנוצל לעריכת מחנה אביב של ארבעה ימים ל 20 תלמידים. במחנה זה משתתפים גם

התלמידים והמדריכים ההונגרים. במקביל לתחרות הרשמית, נערכה "תחרות לווין" בה משתתפים כ20- המועמדים המובילים אשר לא נכללו בנבחרת המתחרה.

אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית

אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית היא התחרות הקשה והיוקרתית ביותר בתחום זה. משתתפות בה נבחרות של כ- 80 מדינות. כל מדינה משתתפת מוזמנת לשלוח לתחרות נבחרת של 6 מתחרים. החל משנת 1979 (למעט 1984 ו 1987 בהן לא הוזמנה ישראל, מסיבות פוליטיות), השתתפה בתחרות נבחרת ישראלית בת 6 מתחרים. במהלך האולימפיאדה, נמשכת התחרות עצמה יומיים. בכל אחד מימים אלה ניתן למתחרים שאלון בן שלש שאלות, והזמן המוקצב לעבודה הוא ארבע וחצי שעות. אחרי שני ימי הבחינות, בודקים ראשי המשלחות וסגניהם את תשובות התלמידים ומגינים על הפתרונות בפני ועדת שופטים המנקדת את התשובות. 7 נקודות ניתנות עבור פתרון מלא של כל שאלה, כלומר מקסימום של 42 נקודות לכל התחרות, לכל תלמיד. הנבחרת כולה יכולה להשיג עד 252 נקודות. נהוג כי כמחצית מהמשתתפים זוכים במדליה, והיחס בין הזוכים במדליות השונות הוא 3:2:1 בקרוב. התלמידים הנמצאים בחלק השנים עשר העליון בדרוג הכללי זוכים במדלית זהב. שאר המתחרים, השייכים לרבעון העליון, זוכים במדלית כסף, ושאר המתחרים, השייכים לחציון העליון, במדלית ארד. כמו כן ניתן ציון לשבח לכל המתחרים שאינם זוכים במדליה אך פותרים לפחות שאלה אחת במלואה. על הכנת השאלון ועל החלק המקצועי של התחרות אחראי חבר שופטים בינלאומי המורכב מראשי המשלחות מכל המדינות, ונציג המדינה המארחת. במקביל לתחרות האישית, נערכת תחרות (לא רשמית) בין המדינות, לפי סיכום הנקודות הכללי.

התחרות כולה עומדת בסימן של מקצוענות שכן מדינות רבות בעולם רואות בטיפוח מצוינות במדעים מטרה לאומית חשובה, ורואות באולימפיאדת המתמטיקה כלי חשוב לטיפוח מצוינות זאת. כל המדינות המובילות בדרוג משקיעות בנושא משאבים רבים מאוד. הן שולחות לתחרות נבחרות מקצועניות של תלמידים שעברו סינון קפדני ואימונים אינטנסיביים ביותר לקראתה. תלמידים אלה פטורים מבחינות הסיום בבית ספרם, או לומדים בבתי ספר מיוחדים המתמחים בנושא. הם מתקבלים באופן אוטומטי לכל אוניברסיטה בארצם, ובחלק מהמקרים אף זוכים בתמריצים כלכליים. למעשה, במשך

השנה החולפת, עוסקים תלמידים אלה בעיקר בהכנה לתחרות. תוצאות אימונים מסוג זה ניכרות בברור.

ניצחון בתחרות תוך רכישת יכולת מקצוענית בהתרת בעיות אולימפיאדה איננה מטרה מדעית/חינוכית בפני עצמה, וכמובן שאינה מצדיקה שינוי באורח חייהם של התלמידים או התנתקות מפעילויות אחרות במהלך שנת התחרות. יתירה מכך, הכנת נבחרת מקצוענית, המורכבת מתלמידים שזהו עיסוקם היחיד במשך אותה שנה - אין בה דווקא תרומה ישירה רק לקידום המדעי של התלמידים. חתירה ניצחון בכל מחיר, תוך תגמול מסיבי של התלמידים מפעילה לחצים מוגזמים וגובה מהתלמידים מחיר לא סביר. בישראל, מנוצלת מסגרת פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער לצורך קידום שכבת המצוינים, תוך עידודם להתמקדות במתמטיקה, והכנתם באופן הדרגתי להתמודדות עם אתגרים מתקדמים כמו אלה המוצבים בפניהם באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית. מאז שנת 1993, הוחל בהפעלת תכנית אימונים מסודרת, המספקת לתלמידים אימון מקצועי במידה הנאותה. אימון מסוג זה מתאים לרוח הספורטיבית האמיתית של אולימפיאדות המתמטיקה, יש בו תרומה לשכבת התלמידים המצטיינים בכל הארץ, והתוצאות אף מקרינות על מערכת החינוך בישראל.

נספח ב' – הצלחותיה של נבחרת ישראל בתחרויות מתמטיקה בינלאומיות

אפריל 2000

התחרות הדו-לאומית ישראל-הונגריה, 2000 - הניצחון

תחרות המתמטיקה הבינלאומית ישראל הונגריה ה – 11 התקיימה במהלך חופשת הפסח תש"ס.
משלחת של ארבעה מתחרים מהונגריה הגיעה לאוניברסיטת חיפה והתארחה בה במשך שבוע.
התחרות ארכה יומיים, במתכונת אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית. בכלל יום קבלו המתחרים שאלון בן שלוש שאלות והתבקשו לענות עליהן תוך 4.5 שעות.

מול המתחרים ההונגריים עמדה נבחרת בת ארבעה תלמידים ישראלים:
אלכסיי אנטין (בי"ס שבח מופת, תל אביב)
מרק ברברמן בי"ס אורט כרמים, כרמיאל)
רן טסלר (בי"ס הראשונים, הרצליה)
אורן לנג

במקביל, השתתפו ב"תחרות לוין" (תחרות מקבילה הנערכת באותה מתכונת ובאותו זמן) שלשה תלמידים ישראלים נוספים, כמועמדים להתחרות על מקומם בנבחרת ישראל לאולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית.

ראוי לציין כאן, כי הונגריה היא מהמובילות בעולם בתחום התחרויות במתמטיקה (מקום שמיני השנה באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית, מקום שני באולימפיאדה הבינלאומית שנערכה לפני שנתיים).
התחרות הדו לאומית עם נבחרת כה חזקה היא אימון מצוין לנבחרת הישראלית לקראת התחרות הבינלאומית.
באשר לתוצאות, אפשר לציין בסיפוק כי זוהי הפעם הראשונה באחת עשרה השנים בהם מתקיימת בהתחרות, שבה ניצחה הנבחרת הישראלית את הנבחרת ההונגרית (אשר הגיעה למקום השני והמכובד)
אלו תוצאות התחרות:

40 נקודות	רן טסלר
36 נקודות	מרק ברברמן
35 נקודות	אורן לנג ו Za'bra'di Gergely
33 נקודות	Zolta'n Gyenes
30 נקודות	Ma'te' Vizer and Pe'ter Csikva'ri
22 נקודות	אלכסיי אנטין

סכום הנקודות של חברי הנבחרת הישראלית הוא 133

סכום הנקודות של חברי הנבחרת ההונגרית הוא 128

הישג חסר תקדים לנבחרת ישראל
באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית ה - 41

באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית ה 41, שהתקיימה בקוריאה, התחרו 461 תלמידים מ 82 נבחרות לאומיות שונות. נבחרת ישראל, המונה שישה תלמידים, הגיעה בתחרות להישג הטוב ביותר שלה אי פעם: שני תלמידים (מרק ברברמן, אורן לנג) זכו במדליות זהב, תלמיד נוסף (רן טסלר) זכה במדלית כסף, וכל שאר שלשת התלמידים (אלכסיי דוקטורוביץ, אלכסיי אנטין, ערו אסף) זכו במדליות ארד.

זוהי הפעם השישית בלבד ב 21 שנות השתתפות ישראל בתחרות, שבה זוכה תלמיד ישראלי במדלית זהב, ופעם ראשונה בה זוכה ישראל ביותר ממדלית זהב אחת. ההישג חסר התקדים של התלמידים הביא את נבחרת ישראל למקום ה 11 מתוך 82 המדינות המשתתפות, בתוצאת תיקו עם רומניה, כאשר מקדימות אותה בדרוג רק נבחרות: סין, רוסיה, ארה"ב, קוריאה, וייטנאם, בולגריה, בלרוסיה, טאיוואן, הונגריה, ואיראן. בין השאר הקדימה ישראל את נבחרות אנגליה, צרפת, גרמניה, יפן, אוסטרליה וקנדה, ולמעשה, למעט ארה"ב, את נבחרות כל העולם המערבי.

את הנבחרת אימנו וליוו פרופ' שי גירון (אוניברסיטת חיפה) וד"ר שוני דר (המכללה האקדמית של תל אביב יפו).

אפריל 2001

תחרות המתימטיקה הדו-לאומית הונגריה-ישראל 2001

נבחרת ישראל מנצחת את נבחרת הונגריה בפעם השניה ברציפות

תחרות המתמטיקה הדו-לאומית ישראל-הונגריה ה-12 במספר התקיימה בחופשת הפסח בהונגריה.

התחרות הדו-לאומית שהחלה בשנת 1990, מתקיימת לסירוגין בכל שנה זוגית בישראל, ובכל שנה אי-זוגית בהונגריה. התחרות נערכת בתמיכה משותפת של משרד החינוך ומשרד החוץ, ומנוהלת במסגרת פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער באוניברסיטת חיפה.

בין מטרות התחרות נמנים המפגש הידידותי בין מתחרים משתי הארצות, אימון הנבחרות במתמטיקה והכנה לקראת אולימפיאדת המתימטיקה הבינלאומית. הנבחרת ההונגרית היא בין המובילות בעולם בתחום זה (מקום שמיני באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית בשנת 2000, ומקום שני בשנת 1999), וההתמודדות מולה מציבה אתגר רציני בפני המתחרים הישראלים.

בשבוע בו נערכת התחרות מתקיימות תחרות אישית ותחרות קבוצתית. התחרות האישית נערכת במתכונת אולימפיאדת המתימטיקה הבינלאומית: שני ימי תחרות בהם מתמודדים המתחרים עם שני שאלונים של שלש שאלות כל אחד. הזמן המוקצב בכל יום הוא ארבע וחצי שעות. פתרון מלא לכל שאלה מזכה ב- 7 נקודות, כך שהציון המרבי האפשרי הוא 42 נקודות לכל מתחרה.

יום התחרות השלישי מוקדש לתחרות קבוצתית שהיא תחרות בה משתפים פעולה חברי הנבחרת (השנה בשתי קבוצות של שלשה מתחרים). התחרות היא בנושא התמקדות מוגדר המוכרז מראש, ועליו מתאמנים התלמידים מבעוד מועד. השנה היה נושא ההתמקדות בעיות קיצון בגרפים.

תוצאות התחרות

1. **במקום הראשון בתחרות זכה התלמיד הישראלי רן טסלר** (38 נקודות מתוך 42 אפשריות).

2. **בסיכום הנקודות בתחרות האישית נצחה נבחרת ישראל את נבחרת הונגריה** (בהפרש של נקודה)

3. בתחרות הקבוצתית: שתי הקבוצות הישראליות ואחת מתוך שתי הקבוצות ההונגריות פתרו את כל שאלות התחרות.

ראוי לציין כי זוהי הפעם השניה בלבד (ושנה שניה ברציפות) בשתים עשרה השנים בהן מתקיימת התחרות, שבה ניצחה הנבחרת הישראלית את הנבחרת ההונגרית.

חברי נבחרת ישראל לתחרות

אלכסיי אנטין (בי"ס שבח מופת, תל אביב)
ערן אסף (י"ב, בי"ס אחד העם, פתח תקווה)
רן טסלר (י"א, בי"ס הראשונים, הרצליה)
אורן לנג
אביב שיין (י"א, ישיבה תיכונית נוה שמואל)
דורון שפריר (י"א, בי"ס אמי"ת, רמת גן)

יולי 2001

הישג מצוין לנבחרת ישראל
באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית ה - 42

באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית ה 42, שהתקיימה בוושיגטון, התחרו 473 תלמידים מ 83 נבחרות לאומיות שונות. נבחרת ישראל, המונה שישה תלמידים, הגיעה בתחרות לאחד ההישגים הטובים ביותר שלה: התלמיד אורן לנג זכה במדלית זהב (שנה שניה ברציפות), שני תלמידים (רן טסלר וערן אסף) זכו במדליות כסף, תלמיד נוסף (דורון שפריר) זכה במדלית ארד, והתלמיד אביב שיין זכה בציון לשבח.

זוהי הפעם שניה בלבד ב 22 שנות השתתפות ישראל בתחרות, שבה זוכה תלמיד ישראלי במדלית זהב בשתי שנים רצופות. ההישג המצויין של התלמידים הביא את נבחרת ישראל למקום ה 18 מתוך 83 המדינות המשתתפות, כאשר לראשונה מזה 12 שנים מקדימה ישראל אפילו נבחרת מקצוענית כמו איראן. למעט ארה"ב וגרמניה הקדימה ישראל את נבחרות כל העולם המערבי.

מבין שש הבעיות שנבחרו להרכיב את התחרות, הוצעו שתים על ידי קוריאה, אחת על ידי בולגריה, גרמניה, קנדה, ולראשונה ב 22 שנות השתתפות, גם בעיה שהוצעה על ידי ישראל.

את הנבחרת אימנו וליוו פרופ' שי גירון (אוניברסיטת חיפה) וד"ר שוני דר (המכללה האקדמית של תל אביב יפו).

אולימפיאדת המתמטיקה BALTIC WAY

2-6 בנובמבר 2001, גרמניה

מקום ראשון, הישג מושלם וחסר תקדים לנבחרת ישראל

נבחרת ישראל זכתה במקום הראשון באולימפיאדת המתמטיקה BALTIC WAY, שנערכה בגרמניה, תוך השיגה הישג מושלם וחסר תקדים בתחרות זאת.

ה- BALTIC WAY היא אולימפיאדת מתמטיקה רב לאומית, המתקיימת זאת השנה ה-12 ברציפות. משתתפות בה המדינות הגובלות בים הבלטי ומדינות סקנדינביה (איסלנד, אסטוניה, גרמניה, דנמרק, לטביה, ליטא, נורווגיה, פולין, פינלנד, שבדיה). המדינות המשתתפות מתחלפות באירוח התחרות. החל משנת 2001, הוחלט כי כל מדינה מארחת רשאית להזמין, באופן חד פעמי, מדינה נוספת לתחרות. גרמניה, שהייתה המארחת השנה, הזמינה לתחרות את ישראל כאורחת הכבוד מטעמה.

באולימפיאדת ה- BALTIC WAY מתחרות נבחרות זו בזו. התחרות מתבססת על עבודת צוות בה מתמודדת כל נבחרת עם שאלון מתמטי מאתגר, שהיקפו הוא מעבר ליכולתו של תלמיד בודד בזמן הנתון. בכך מדגימה התחרות את יתרונותיה של עבודה משותפת, שהיא ברוח רוב העבודה המדעית המקובלת בימינו. בתחרות מוצגות 20 בעיות, 5 בעיות מכל אחד מארבעת התחומים אלגברה, גיאומטריה, קומבינטוריקה, ותורת המספרים. הזמן המוקצב לכל נבחרת, המונה חמישה תלמידים, הוא 4.5 שעות. פתרון מלא לכל שאלה מזכה ב 5 נקודות, כך שניתן לצבור עד 100 נקודות התחרות כולה.

בנבחרת הישראלית היו חברים התלמידים הבאים: אלכסיי אנטין (שבח מופת), ערן אסף, יוני ידידיה (עירוני ד', ת"א) אביב שיין (ישיבת נוה שמואל, י-ם), ודורון שפריר (תיכון אמי"ת, ר"ג).

הנבחרת הישראלית הגיעה למקום הראשון, וצברה את כל 100 הנקודות האפשריות. להישג זה אין תקדים בכל 12 שנותיה של אולימפיאדת ה- BALTIC WAY. למקום השני הגיעה נבחרת אסטוניה עם 82 נקודות. בנוסף על ההישג המושלם זכתה נבחרת ישראל בציון מיוחד לשבח, על פתרון יוצא דופן במקוריותו לאחת מהשאלות.
גביע התחרות, הנודד בין המדינות הזוכות בכל שנה, יישאר עד השנה הבאה בישראל.

את הנבחרת אימן וליווה פרופ' שי גירון, מהחוג למתמטיקה באוניברסיטת חיפה, במסגרת פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער.

הפרויקט נתמך על ידי המינהל למדע וטכנולוגיה במשרד החינוך, ועל ידי אוניברסיטת חיפה.

ניתוח תוצאות אולימפיאדת המתמטיקה ע"ש פרופ' י. גרוסמן ז"ל, תשס"א

פרופ' שי גירון, החוג למתמטיקה, אוניברסיטת חיפה

אולימפיאדת המתמטיקה לנוער ע"ש פרופ' ירמיהו גרוסמן היא תחרות המתמטיקה השנתית הותיקה בארץ, שתחילתה בשנת 1960. התחרות השנה היא ה- 42 במספר. התחרות נערכת בחסות הפקולטה למתמטיקה בטכניון. התחרות פתוחה לתלמידים/תלמידות תיכון וחיילים. לזוכים בשלושת המקומות הראשונים מוענקים פרסים כספיים, ובהתאם להחלטת שופטי התחרות, מוענקים גם מענקי לימוד ל- 10 – 6 מהמצטיינים בתחרות שיבואו ללמוד בפקולטה למתמטיקה בטכניון. כל משתתף בתחרות מקבל תעודת השתתפות.

התחרות נערכה ביום שישי 12.1.2001, ונמשכה 3.5 שעות. בתחרות השתתפו 120 מתחרים, 23תלמידות ו 97 תלמידים, מכל רחבי הארץ, מכיתות ט' עד י"ב.

על התחרות היו אחראים פרופ' שי גירון (החוג למתמטיקה, אוניברסיטת חיפה) ופרופ' איתי שפריר (הפקולטה למתמטיקה, הטכניון).

דבר קיום התחרות פורסם מבעוד מועד בעיתונות ובבתי הספר בארץ, והתלמידים שרצו להשתתף בתחרות התבקשו להירשם לה מראש. כהכנה לתחרות, נשלחו לנרשמים חוברות תרגילים, שהוכנו במסגרת "מדף הספרים המתמטי של פרויקט התחרויות במתמטיקה לנוער". לתחרות נרשמו כ 170 תלמידים, וכאמור השתתפו בה בפועל 120.

בשאלון התחרות הוצגו למתחרים שש בעיות מתחומים שונים של המתמטיקה האלמנטרית, שהיו קשות כל אחת, והובאו ברמת קושי מדורגת. השאלון נבנה באופן שלא נדרש מהמתחרה ידע נוסף מעל החומר הנלמד במסגרת תיכונית, אך השאלות היו לא סטנדרטיות ולהתרתן יש צורך בהפעלת שיקולים מתוחכמים ומורכבים.

הזוכה במקום הראשון, רן טסלר (כיתה י"א ביה"ס הראשונים, הרצליה), פתר במלואן את כל השאלות. שני תלמידים הצליחו לפתור שלש שאלות. שני תלמידים נוספים הצליחו לפתור שתי שאלות. כעשרה נוספים (ביניהם שתי תלמידות) פתרו יותר משאלה אחת אך פחות משתים, ושאר המתחרים פתרו פחות משאלה אחת במלואה.

נתונים מספריים והתפלגות התוצאות: השתתפו בתחרות 120 תלמידים ותלמידות (מספר התלמידות היה 23, והוא גדול יחסית לשנים קודמות). תלמיד אחד פתר במלואן את כל השאלות (הישג יוצא דופן). שני תלמידים הצליחו לפתור שלש שאלות. שני תלמידים נוספים הצליחו לפתור שתי שאלות. כעשרה נוספים (ביניהם שתי תלמידות) פתרו יותר משאלה אחת אך פחות משתים, וכל שאר המתחרים פתרו פחות משאלה אחת במלואה.

על רמת ההישגים: התחרות, מעצם הגדרה, מופנית רק לתלמידים ותלמידות בעלי יכולות גבוהות במיוחד, השכבה של כמה מאות בודדות של המצטיינים ביותר מקרב כל התלמידים בארץ. בדיקת העבודות שהוגשו, מראה כי, באופן כללי, ולמעט הזוכים, הישגי התלמידים אינם משביעי רצון. ניתן היה לצפות, כי מבין המצטיינים יהיו יותר תלמידים שיצליחו לפתור לפחות שתים מתוך שש השאלות שניתנו. למרבה הצער, הרמה של שכבת המצטיינים במתמטיקה, כפי שהיא משתקפת מהתחרות, נופלת בהרבה מזאת של המצטיינים בתחרויות ארציות במדינות אחרות. בנוסף לכך, מספר המתמודדים הוא נמוך. המרחק בין הרמה שהציגו המתחרים לרמה של תחרות בינלאומית הוא גדול מאוד. למרות זאת, יש לזכור כי התלמידים שבאו לתחרות הם עילית בעצם התייצבותם לתחרות במתמטיקה: בהשתתפות יש משום אמירה של התלמידים לגבי תפיסתם את חשיבות ההצטיינות במתמטיקה (ובמדעים). על עצם ההשתתפות יש לעודדם. יש להודות למורים ולבתי הספר שעודדו אותם להתחרות, ולמורים וההורים שבאו ללוות אותם ביום התחרות.

הבעיה הפדגוגית המשתקפת:

כישלון הגישה האלגוריתמית: למרות שבאופן עקרוני יש לתלמידים הידע והכלים הדרוש לפתרון, אין להם יכולת מעשית ולא ניסיון בהפעלת הכלים הללו בסיטואציות שאינן סטנדרטיות. הסיבה לכך היא גישה אלגוריתמית לפתרון תרגילים, הנלמדת במסגרת בית הספר. המבדיל בין "תרגילים" ו"בעיות" הוא רמת המורכבות, הדרישה לשילוב מספר

צעדים לפתרון, התמודדות מצב שבו אין שיטה כללית לפתרון בעיה מהסוג הנתון, ויש רק להפעיל אלגוריתמים פתרון שנלמד בעבר. התלמידים המוכשרים במיוחד יכולים להתמודד עם בעיות ולא רק עם תרגילים, אך אינם מקבלים הכשרה מספקת בכיוון זה.

חוסר יסודיות בעבודה וחוסר יכולת התבטאות טובה: מספר תלמידים רב יחסית מצליח לנחש באופן אינטואיטיבי תשובה (לא תמיד נכונה) ואף "מעז" ורושם את הניחוש. במקרים רבים אין התלמיד מצליח להעביר בכתב את הרעיונות, אינו מבחין בין "אמירה" ל"טענה מבוססת", ואינו מכיר בצורך בבדיקה/הוכחה (דבר שיוכל לפסול ניחוש לא נכון).

הסברים מערכתיים אפשריים:

הוראה: רמת ההוראה וסף הדרישות בבית הספר אינם גבוהים מספיק כדי לקדם כהלכה את המצטיינים.

גישה טכנית/אלגוריתמית בהוראה אינה מעודדת שימוש יצירתי בכלים הנלמדים.

מושג ההוכחה המתמטית אינו מוטמע היטב.

עידוד ומערכת: אין עידוד ממשי מספיק (ברמה תרבותית ורמת מערכת חינוך) של תלמידים להצטיינות ולניסיון להצטיינות מעבר לדרישות הבסיסיות. אין הד חיובי מספק לתלמידים המצליחים מעבר לדרישות (למשל בתחרויות ארציות ובינלאומיות) ולגורמים המביאים אותם להצטיינות זאת.

מחסור בחומרים לתלמידים ולמורים: אין עידוד ותקצוב ליצירת חומר העשרה בעברית הפונה לשכבת התלמידים המצטיינים במיוחד, ולכן אין כמעט חומר העונה על צרכיהם, ועל צרכי המורים האמורים לקדמם. אין עידוד של תלמידים ו/או עידוד ותגמול של מורים לשימוש בחרי העשרה מיוחדים (ולו רק בהיצע הכמעט אפסי הקיים).

נוסח השאלון מובא בעמודים הבאים ובהמשכם מנותחים פתרונות המתחרים.

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

אולימפיאדת המתמטיקה ע"ש פרופ' י. גרוסמן
תשס"א

12 בינואר 2001 - י"ז בטבת תשס"א

ברוכים הבאים לטכניון. אנו מאחלים לכם ענין והנאה.

הוראות למתחרים:

- משך הבחינה שלוש וחצי שעות.
- **שש** השאלות שלפניכם הן ברמות קושי שונות. נסו לפתור מספר רב מהן ככל הניתן.
- אין להשתמש במחשבון.
- על כל מתחרה להגיש את עבודתו במחברת המצורפת.
- יש להתחיל את התשובה לכל שאלה בעמוד נפרד.
- נא לכתוב בצורה בהירה וקריאה.
- יש לנמק את כל התשובות.

בהצלחה!

בעיות

1. מצא את כל הפתרונות הממשיים של המערכת

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \cdots + x_{2000} = 2000 \\ x_1^4 + x_2^4 + \cdots + x_{2000}^4 = x_1^3 + x_2^3 + \cdots + x_{2000}^3 \end{cases}$$

2. מצא את הערך המקסימלי האפשרי עבור

$$\left(\frac{1}{2001}\sum_{n=1}^{2001} x_n^2\right) - \left(\frac{1}{2001}\sum_{n=1}^{2001} x_n\right)^2$$

כאשר $x_1, x_2, \ldots, x_{2001}$ הם 2001 מספרים ממשיים כך ש- $0 \le x_n \le 1$, לכל $n = 1, 2, \ldots, 2001$.
מצא לאילו ערכים של $x_1, x_2, \ldots, x_{2001}$ מתקבל המקסימום.

3. נתונים במישור 2001 ישרים אשר אין ביניהם שניים מקבילים זה לזה, ואין ביניהם שלושה הנפגשים בנקודה אחת. ישרים אלה מחלקים את המישור למספר תחומים (לאו דווקא סופיים) המוגבלים על ידי קטעי הישרים. קטעים אלה נקראים **צלעות**. לאוסף התחומים שנוצרו נקרא **מפה**. שני תחומים במפה נקראים **תחומים שכנים** אם יש להם צלע משותפת. לקבוצת נקודות המפגש של הישרים נקרא **קבוצת הקודקודים**. שני קודקודים נקראים **קודקודים שכנים** אם הם נמצאים על אותה צלע.

צביעה חוקית של המפה היא צביעה של כל התחומים, כל תחום בצבע אחד, תוך שימוש במספר כלשהו של צבעים, וכך שאין שני תחומים שכנים הצבועים באותו צבע.

צביעה חוקית של הקודקודים היא צביעה של כל הקודקודים, כל קודקוד בצבע אחד, תוך שימוש במספר כלשהו של צבעים, וכך שאין שני קודקודים שכנים הצבועים באותו צבע.

א. מהו מספר הצבעים המינימלי הדרוש לצביעה חוקית של המפה?

ב. מהו מספר הצבעים המינימלי הדרוש לצביעה חוקית של הקודקודים?

4. אורכי צלעות המשולש ABC הם $4, 5, 6$. עבור כל נקודה D הנמצאת על אחת מצלעותיו נעביר את האנכים DP, DQ לצלעותיו האחרות (P ו-Q מונחים על הצלעות). מהו האורך המינימלי האפשרי עבור הקטע PQ?

5. משולש ABC במישור Π נקרא **משולש טוב** אם הוא בעל התכונה הבאה: לכל נקודה D במרחב, הנמצאת מחוץ למישור Π אפשר לבנות משולש שאורכי צלעותיו הם AD, BD, CD.
מצא את כל המשולשים הטובים.

6. א. מצא זוג מספרים שלמים (x, y) המקיים $15x^2 + y^2 = 2^{2000}$.

ב. האם קיים זוג מספרים שלמים (x, y) כך ש-x הוא אי זוגי וכן $15x^2 + y^2 = 2^{2000}$?

שאלה 1:

תלמידים לקחו כמובן מאיליו את ה"עובדה" שחזקה שלישית של מספר כלשהו קטנה מחזקתו הרביעית, דבר שהכשיל את הפתרון. לו היו מורגלים לצורך בבדיקה ביקורתית של טענות, היו מגלים כי הטענה "המובנת מאליה" אינה נכונה באופן כללי.

שאלה 2:

תלמידים לא ידעו ליישם טכניקות בסיסיות של משוואות ריבועיות בהקשר שאינו סטנדרטי (כאשר מופיעים בבעיה מספר רב של פרמטרים)

שאלה 3 דנה בצביעה של מפה. תלמידים רבים שרטטו מפה לדוגמה, ראו שאפשר לצבוע אותה בשני צבעים, חשבו שדוגמה מספיקה כהוכחה, ולא הבינו כיצד לבצע ההכללה למקרה של מפה כלשהי. חלקם ניסו להפעיל אלגוריתם חמדן שאינו מתאים להקשר הספציפי. כמו כן, בדיקת עבודות התלמידים העלתה כי רבים מהם אינם מבינים את משמעות האינדוקציה המתמטית, מתי להשתמש בה וכיצד.

שאלה 4: דנה במציאת קטע מינימלי אפשרי במשולש כלשהו. את השאלה ניתן לפתור באמצעים אלמנטריים, אך תלמידים המורגלים לגישה אלגוריתמית, אינם מעלים זאת בדעתם: ברגע שמוצגת בפניהם בעיה אשר בניסוחה מוזכרת המלה "מינימום", הם מנסים מיד לשייך אותה למסגרת הקשיחה שנלמדה – בעיות מינימום ומקסימום באמצעות חשבון דיפרנציאלי. בבעיה הנדונה, השימוש בטכניקות של חשבון דיפרנציאלי יכול להוביל לפתרון, אך הוא יוצר סיטואציה חישובית מכבידה. מנקודת התחלה זאת, זאת, טכניקה אלגברית לקויה וחוסר יסודיות מניבים טעויות או מוליכים למבוי סתום.

הבדיקה מראה כי הידע של התלמידים בגיאומטריה אינו מספיק ואינו מאפשר להם שימוש בכלים גיאומטריים להתרת בעיות (למשל מהו מרובע בר חסימה וכיצד להשתמש בכלי חזק זה).

שאלה 5: דנה באפיון של משולשים טובים (מושג שהוגדר אד-הוק בניסוח הבעיה).

תלמידים רבים (כ 15) נחשו כי משולש טוב הוא משולש שווה צלעות. תלמידים אחרים לא הבחינו כלל שיש שני כיוונים (אם ורק אם) בהוכחה בה נדרש "אפיון". חלקם הבחינו כי

משולש שווה צלעות הוא טוב אך לא הצליחו להוכיח את הטענה או השתמשו בנימוקים אינטואיטיביים לא מדויקים ולא נכונים (שימוש במושג הרציפות בלי להבין מהו בדיוק). חלק מהתלמידים הצליחו להראות כי אם המשולש אינו שווה צלעות הוא אינו טוב. גם אז נעשה שימוש רב במלל אינטואיטיבי שאינו מנומק כהלכה.

שאלה 6: דנה במשוואה במספרים שלמים. חלק א' שלה היה מיידי. חלק ב', גולת הכותרת של הבחינה, נועד להברקה, אשר רק המצטיינים שבמצטיינים יכולים להפיק.
השאלה נוסחה באופן פתוח. היה על המתמודד לשער השערה בנוגע לקיום פתרון ולהוכיח אותה אחר כך. רוב התלמידים שהתייחסו לבעיה ניחשו כי אין פתרון למשוואה, וזאת התשובה הלא נכונה (חלקם דיווחו לאחר התחרות כי הפעילו ב"טכניקה" של "הפסיכולוגיה של המבחן: אם בסעיף א' התשובה חיובית, הרי שבסעיף ב' תהיה שלילית"). חלק מהתלמידים ניסה להוכיח את הטענה השגויה בדרכים שונות והגיע למבוי סתום. הי גם תלמידים ש"הצליחו להוכיח" את אי קיום הפתרון למשוואה (למשל: X איזוגי, לכן $15X^2$ זוגי ולכן ...).
הפתרון הנכון מצריך הכללה ושימוש מתוחכם מאוד באינדוקציה. כל אלה אפשריים לביצוע בכלים תיכוניים, אך רק יחידי סגולה יכולים, בזמן קצוב ובלחץ של תחרות, לפתור את הבעיה. אכן, רק תלמיד אחד עשה זאת.

הוראת מתמטיקה למחוננים - לפי תוכנית קולומביה

טובה ליבמן, ביה"ס ליאו-באק, חיפה

רקע

בבית הספר לאו באק בחיפה קיימת כיתת מחוננים. התלמידים לומדים במסגרת זו החל מכיתה ד'- לאחר שהם עוברים בחינות לאיתור מחוננים. בחטיבת הביניים, החל מכיתה ז' , לומדים התלמידים מתמטיקה לפי תוכנית קולומביה, תוכנית להוראת מתמטיקה שפותחה על ידי אוניברסיטת קולומביה. התוכנית נלמדת בבית ספרנו כ 20 שנים. מלמדות אותה שתי מורות הילי שירן ואנוכי, טובה ליבמן. במשך הזמן שינינו את התוכנית כך שתתאים לדרישות המערכת הבית ספרית, כולל הידע הנדרש במתמטיקה בתכנית הרגילה, ושתתאים לצרכים השונים של התלמידים. התלמידים נבחנים ,בסוף כיתה י"ב , בבחינת בגרות פנימית המכילה את כל החומר שנילמד.

- מה הן הדרישות מתכנית לימודים במתמטיקה המיועדת לתלמידים מחוננים.

- ראשית אנו זקוקים לתכננית שתעניין אותם ותהווה עבורם אתגר מחשבתי. אבל אנו צריכים לספק להם גם את הידע ואת הכלים לשימוש בידע זה.
- יש צורך להקפיד על ניסוח מתמטי מפורט ונכון של כל טענה. אחת הבעיות של תלמידים מחוננים היא שהם מגיעים מהר מאוד לפתרון הבעיה המוצגת לפניהם, לא תמיד לפתרון הנכון, אך אין להם את היכולת או הכלים להסביר או לשחזר את התהליך שהביא אותם לפתרון.
- פתוח דרכי חשיבה שונות וגיוון בצורות פתרון תרגילים ובעיות. יש מקומות שם <u>דרך הפתרון</u> חשובה יותר מהפתרון עצמו והאתגר הוא למצוא כמה שיותר דרכים , תוך כדי דיון איזו דרך עדיפה ומדוע, זה המקום גם להראות את היופי שח הוכחה מתמטית.
- פתוח היכולת ליצירת הקשרים בין תחומים שונים.

- מה הם יתרונות תוכנית קולומביה?

- הנושאים מובאים בניסוח מתמטי נכון ומדויק. התלמידים נחשפים מוקדם מאוד לצורך בהגדרות, ניסוח של משפטים כך שכל מילה חשובה ולהוכחות של משפטים. לדוגמה יש אבחנה בין המושגים הבאים, שכל אחד מהם מגדיר משפט: **משפט עזר**- lemma, **משפט** - theorem **ומשפט מסקנה** - corollary.

- התכנית מכינה את התלמידים לקראת לימודים בטכניון או באוניברסיטאות. ספר הלימוד, בחטיבה העליונה הוא באנגלית ולכן יש הכרח ללמוד מושגים ומונחים מתמטיים באנגלית. הנושאים הנלמדים כוללים נושאים הנלמדים במוסדות הלימוד הגבוהים, כמו מבנים מתמטיים: חבורות חוגים ושדות. בחשבון דיפרנציאלי לומדים התלמידים להוכיח רציפות בעזרת אפסילון ודלתא, התלמידים פותרים אינטגרלים מורכבים בשיטות שונות ומשתמשים בהם לא רק לחישוב שטחים.

- היתרון העיקרי של תוכנית זו והחשוב ביותר, הוא האופן בו מוצגים הנושאים הנלמדים. אין ניתוק בין הנושאים, הם נלמדים בצורה מעגלית, כאשר כל פעם מרחיבים את מעגל הידע ע"י הוספת נושאים חדשים. <u>דוגמה להרחבה כזו</u>: התלמידים לומדים בחטיבת הביניים טרנספורמציות של המישור: שיקופים בישר, הזזות, ניפוחים, סיבובים. הם לומדים על טרנספורמציות שהן איזומטריות ואז על חבורות של איזומטריות- הרחבה של נושא החבורות שנלמד קודם. בשלב מאוחר יותר הם לומדים מטריצות. גם בנושא זה מוגדרות קבוצות חלקיות של המטריצות כחוגים וקבוצה אחת של מטריצות מהצורה $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ יחד עם פעולות החיבור וכפל מטריצות מוגדרת כשדה. בקבוצה זו משתמשים להגדרת שדה המספרים הקומפלקסים. כאשר לומדים טריגונומטריה משתמשים במטריצת סיבוב להוכחה אלגנטית מאוד של הזהויות $\sin(\alpha+\beta), \cos(\alpha+\beta)$. באותה מטריצת סיבוב משתמשים כאשר לומדים את נושא החתכים הקונים, אותם מזיזים, משקפים, מסובבים ומנפחים בכל אותם כלים שנלמדו בחטיבת הביניים.

- גמישות התכנית- כיוון שאין בחינת בגרות שנושאיה מוכתבים מ"למעלה" ניתן להרחיב את הנושאים הנלמדים או לצמצמם לפי אופי הכיתה ורמת הדיונים המתפתחים בשיעור. יש כיתות בהן תלמידים מעלים- בהקשר לחומר הנלמד נושאים נוספים שלפעמים ממשיכים איתם ומלמדים אותם גם את הכיתות הבאות. לדוגמה טורי טיילור ומקלורן לא כלולים בתכנית , אבל לאחר שתלמיד העלה נושא זה אנו מלמדים אותו כעת בכל הכיתות מאז.

- חסרונות ובעיות שהתעוררו ופתרונם

- לא כל התלמידים בכיתת המחוננים מתאימים ללימוד מתמטיקה בשיטה זו. לחלקם התכנית קשה ולכן כאשר הם מגיעים לחטיבה העליונה ניתנת להם האפשרות לעבור וללמוד מתמטיקה לפי התוכנית הרגילה , בכל רמה המתאימה להם.
- התרגול המופיע בספרי הלימוד הוא ברמה נמוכה מאוד והתלמידים אינם רוכשים מיומנות מספקת באלגברה פשוטה או בתרגול מורכב יותר. אנו פותרים בעיה זו על ידי דפי עבודה רבים, כמו כן התלמידים רוכשים את ספרי הלימוד של 5 יח"ל.
- בגלל הקפדה על דיוק מכסימלי חלק מפרקי הלימוד הופכים להיות טרחנים מדי וגוזלים זמן מיותר. כיוון שאין בפרקים מסוימים ערך נוסף , במשך הזמן הגענו למסקנה אלו מהפרקים להשמיט וללמד את הנושא בדרך אחרת, המתאימה לכיתה. כך ניתן ללמד בצורה יעילה יותר.
- סיבה נוספת להשמטת חלק מהנושאים היא הרצון לגרום לכך שהתלמידים לא יפגעו על ידי כך שיחסר להם חומר בבחינות הפסיכומטריות או בבחינות לקראת הגיוס , לכן אנו מנסים לשלב בתכנית גם את החומר הנלמד בתוכנית הרגילה.

כשרון/מחוננות במתמטיקה כתופעה דו-מימדית: הגדרה תיאורטית והערכה פסיכומטרית של רמות כשרון אקדמי ורמות כשרון יצירתי במתמטיקה

נאוה ליבנה, בית-הספר לחינוך, אוניברסיטת תל-אביב

תקציר

מטרה כללית

אובדן כשרון (talent loss) המבטא אי-הגשמת פוטנציאל של כישורים בקרב צעירים הוא הפסד שהחברה בעולם ובפרט בארץ אינה יכולה להרשות לעצמה (Milgram, 1993). לאור זאת, מתמקד המחקר הנוכחי באיתור סוגים שונים של בעלי כישורים מיוחדים ברמות שונות במתמטיקה בקרב מתבגרים, על-מנת לטפח את יכולותיהם לטובתם ולטובת החברה כולה.

מסגרת תיאורטית

המחוננות נחשבה עד לשנות העשרים של המאה הקודמת לתופעה שלילית, זאת אומרת גאון ושיגעון חד-הם.

Terman (1925) הפריך את הדעות הקדומות סביב תופעת המחוננות במחקר לטווח ארוך, בו הוגדרו כמחוננים ילדים בעלי מנת מישכל של 140 ומעלה במבחן סטנפורד-בינה למדידת אינטליגנציה. הגדרה אופרטיבית חד-מימדית זו הבחינה בצורה דיכוטומית בין אוכלוסיית המחוננים לאוכלוסייה הרגילה (Terman, 1925; Terman & Oden, 1959).

החל משנות השבעים התפתחו מושגים ותיאוריות רב-מימדיות של מחוננות, שגורסו כי מחוננות כתופעה כללית מגלמת לא רק כשרון אינטלקטואלי המשתקף במבחני אינטליגנציה אלא מגוון של כישורים, כגון: יצירתיות, מנהיגות, אסטטיקה או כישורים אקדמיים (Gardner, 1983; Marland, 1972; Milgram, 1989, 1991; Sternberg, 1986, 1990;Tannenbaum, 1983; Walters & Gardner, 1986). תיאוריות אלה עודדו את תקר המחוננות כתופעה רב-מימדית לפי הדגשת סוגי כשרון אלה או אחרים, המבחינים בין מחוננים בעלי כישורים שונים לבין האוכלוסייה הרגילה. למעשה, מחוננות הוגדרה כתופעה פסאודו רב-

מימדית המסתמכת על מימד אחד שמורכב ממספר קטגוריות של כישורים כלליים, אקדמיים ויצירתיים, חלקם תלויים זה בזה ובלתי מובחנים זה מזה. ההדגשים על כשרון זה או אחר עדיין לא סיפקו הסבר כולל להבנה היסודית של תופעת המחוננות. גם העדרן של הגדרות אופרטיביות למדידת כל אחד ממרכיבי המחוננות המשוערים בתיאוריות, הגביל את הכללתן.

חוקרים אחרים תארו מחוננות בתחום ספציפי כדוגמת מתמטיקה כקבוצה של יכולות אקדמיות הקשורות לאינטליגנציה (Ridge & Renzulli, 1981), שמעל סף מסויים שלה קיימת גם מצוינות מתמטית המבוטאת בשטף רעיוני של פתרונות לבעיות מתמטיות (ארבל, 1997, Kissane, 1986; Krutetskii, 1976; Piestley, 1990; Wagner & Zimmermann, 1986). גישה זו עולה בקנה אחד עם הדעה ש"מתמטיקה היא מדע יצירתי" (Halmos, 1968) ולא רק אוסף של חוקים הגיוניים הכתובים בשפה פורמליסטית (Hadamard, 1945; Muir, 1988).

חוקרים בתחום החינוך המתמטי תארו רמות הבנה התפתחותיות של תלמידים בעלי יכולות אקדמיות בתחום זה או אחר במתמטיקה, המייצגות רמות שונות של כשרון (Van Hiele, 1987; Hart, 1993). Van Hiele (1987) הגדיר ארבע רמות חשיבה בגיאומטריה. Hart (1993) פיתחה מבחן למדידת ארבע רמות הבנה הירככיות במגוון של נושאים מתמטיים. מחקרים אלה לא התייחסו למחוננות מתמטית כתופעה דיכוטומית בפני עצמה, אלא זיהו אותה כרמת ההבנה הגבוהה ביותר על רצף אורדינלי של רמות כשרון אקדמי. הגדרה זו לא התייחסה לסוגים אחרים של כישורים במתמטיקה (כגון, כישורים יצירתיים), ולכן הגבילה מדידה ופיתוח של יחידות לימוד המותאמות רק לרמות הבנה אקדמיות.

Milgram (1989,1991) פיתחה מודל רב-מימדי של מחוננות הנקרא מודל מבנה המחוננות 4 x 4. מחוננות מוגדרת במושגים של ארבע קטגוריות של כישורים, כל אחת מהם בארבע רמות יכולת. שתי קטגוריות של כישורים מתייחסות לאינטליגנציה (כללית וספציפית), והן מובחנות משתי קטגוריות אחרות של יצירתיות (כללית וספציפית). אינטליגנציה כללית מתייחסת לכשרון גלובלי גולמי שנמדד באמצעות מבחני IQ סטנדרטיים; אינטליגנציה ספציפית מתייחסת ליכולת אינטלקטואלית בתחום מסויים ונמדדת בהישגים אקדמיים; יצירתיות כללית מתייחסת לתהליך של פתרון בעיות באמצעות שטף של רעיונות, חלקם נדירים ובאיכות גבוהה (Wallach, 1970; Mednick, 1962) ונמדדת במבחני חשיבה דיברגנטית; יצירתיות ספציפית מתייחסת ליישום החשיבה היצירתית לתחום מסויים ונמדדת בכמות ואיכות של הישגים יוצאי-דופן בפועל אצל

מבוגרים ושל פעילויות בשעות הפנאי אצל ילדים (Milgram, 1990,1993). בתוך כל קטגוריה של מחוננות משוערות ארבע רמות יכולת היררכיות - מחוננות גבוהה ביותר, מחוננות מתונה, מחוננות קלה, העדר מחוננות. המודל מתייחס גם לשלוש מסגרות סוציולוגיות (בית, בית-ספר, קהילה) והבדלים אישיים המשפיעים על הגשמת המחוננות (כגון, גיל, מין, מצב חברתי-כלכלי, תרבות ובעקר מאפייני אישיות). התרומה החדשנית של מודל 4 x 4 היא בהגדרת מחוננות כתופעה רב-מימדית המייצגת שני סוגי כישורים כלליים המובחנים משני סוגי כישורים ספציפיים של אינטליגנציה ושל יצירתיות, כל אחד מהם בארבע רמות שונות, והיא רלבנטית במיוחד להבנת מחוננות מתמטית (Tirosh, 1989) . כך ניתן יהיה לאתר טווח רחב של תלמידים בעלי כשרונות במתמטיקה מסוגים שונים וברמות שונות ולקדם את הישגיהם.

מטרות ספציפיות

נוסחו שתי מטרות למחקר: 1) להגדיר כשרון/מחוננות במתמטיקה מזוית תיאורטית, כתופעה דו-מימדית הכוללת שני סוגים של כישורים במתמטיקה, אקדמיים ויצירתיים, כל-אחד בארבע רמות שונות, ולבחון את הקשר של הכישורים הספציפיים, האקדמיים והיצירתיים, לכישורים הכלליים המותאמים להם, קרי: לאינטליגנציה כללית וליצירתיות כללית. 2) לפתח כלים פסיכומטריים להערכת שני סוגי הכישורים הספציפיים ברמות השונות.

טכניקה לפיתוח כלי המחקר

בשלב הראשון הוגדרו שני סוגי הכשרון/מחוננות במתמטיקה בארבע רמות לפי סכמות תיאורטיות שפותחו לצורכי המחקר באמצעות טכניקה של משפט מיפוי (בירנבוים, 1997 ; שי, 1991; שלזינגר, 1991; Canter, 1983

.*(Guttman, 1950a, 1950b, 1991; Livne, Livne, & Milgram, 1999; Livne & Milgram, 2000; Tziner, 1987

לפי הסכמות פותחו שני כלים:

1) <u>שאלון מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו"ר) -</u>

Multiscale Academic and Creative Abilities in Mathematics (MACAM) (ליבנה וליבנה, 1998), למדידת כישורים אקדמיים וכישורים יצירתיים בפתרון בעיות במתמטיקה בארבע רמות. השאלון כולל 16 שאלות פתוחות וכל שמונה שאלות עוקבות מודדות לסירוגין כשרון אקדמי וכשרון יצירתי בארבע רמות קושי עולות. כל רמת קושי מורכבת מארבע שאלות, שתיים המודדות כשרון אקדמי ושתיים – כשרון יצירתי.

2) שאלון Tel-Aviv Activities and Accomplishments Inventory: Mathematics (TAAI:M) (Livne & Milgram, 1998), למדידת ארבע רמות של כישורים יצירתיים במתמטיקה על-ידי כמות ואיכות פעילויות בשעות הפנאי במתמטיקה. השאלון הוא שאלון דווח עצמי המודד 36 פעילויות מאתגרות והישגים של מתבגרים בשעות הפנאי, ופותח על בסיס עבודתם של Milgram (1990) ועמיתיה (Hong & Milgram, 1996; Hong, Milgram, & Gorsky, 1995; Milgram, 1990).

נערך מחקר-חלוץ. מהימנות שני כלי המחקר ושלושה היבטים של תקפות-מיבנה שלהם (Messick, 1995) נבדקו בקרב 487 תלמידי תיכון בני 16-18 (364 בנים ו - 123 בנות) משני בתי-ספר עיוניים-טכנולוגיים באזור המרכז. התוצאות הראו שתקפות התוכן של שני הכלים, שנבדקה באמצעות מידת ההסכמה בין שיפוטי מומחים, והתקפות הפנימית היו ברמה טובה. גם התקפות הסובסטנטיבית, המתייחסת למידת הפעלת התהליכים המנטליים הנדרשים לביצוע מטלה (Messick, 1995), נבדקה והיתה ברמה טובה. פותח גם מדריך לציינון שאלון מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו"ר) – סולם ציינון תשובות ומדדי שגיאות (ליבנה וליבנה, 1999). המדריך פותח על-סמך מידת ההסכמה בין שיפוטי מומחים, לציינון תשובות ומדדי שגיאות של תלמידים לשאלות המודדות כישורים אקדמיים וכישורים יצירתיים בפתרון בעיות במתמטיקה בארבע רמות.

מקורות הנתונים

המחקר התבסס על מדגם ארצי מייצג של 1,346 תלמידי-תיכון מכיתות י' - י"א (697 בנים ו - 649 בנות), שנדגמו מ - 22 בתי-ספר בארץ בשלושה שלבי דגימה: 1) דגימה שכבתית, שבה מוגדרות השכבות לפי מדד חברתי-כלכלי שנמצא רלבנטי למטרות המחקר (בן-סימון, 1997). נקבעו שמונה שכבות שבהן מספר דומה של תלמידים, יחסית למספר התלמידים בכל שכבה. 2) דגימת בתי-ספר ספציפיים בכל שכבה, מתוך בתי-הספר הממוינים לאשכולות לפי גודלם. כדי למנוע הטייה לטובת דגימת בתי-ספר קטנים, הדגימה התבססה על עקרון ההסתברות היחסית לגודל בית-ספר ממוצע באשכול (Cochran, 1977). 3) דגימה אקראית של הכיתות הספציפיות בכל בית-ספר, המתחשבת ברמת הלימוד במתמטיקה (שלוש, ארבע, חמש, ארבע-חמש יחידות-לימוד). על-מנת להבטיח ייצוג של תלמידים בעלי כשרונות במתמטיקה ברמות הגבוהות, נדגמו שלושה אחוזים יותר של תלמידים הלומדים חמש יחידות לימוד במסגרת המובהקות

הסטטיסטית המקובלת. כמו-כן, נדגמה רשימה נוספת של בתי-ספר חלופיים, מתוך הנחה שחלק מבתי-הספר שנדגמו לא יהיו מעונינים להשתתף במחקר.

בשלב המחקר נמדדו ארבעת סוגי הכשרון במודל 4 x 4 באמצעות ששה כלי מחקר: אינטליגנציה כללית נמדדה בעזרת שאלון מחשבה מילולית מופשטת - מ"ם (גלנץ, 1989) למדידת כשרון אינטלקטואלי מילולי ומבחן Advanced Progressive Matrices (Raven, Raven & Court, 1998) למדידת כשרון אינטלקטואלי אנליטי. אינטליגנציה ספציפית במתמטיקה נמדדה באמצעות שאלות המודדות כשרון אקדמי בשאלון מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו"ר) – (ליבנה וליבנה, 1998), וציוני בית-ספר במתמטיקה. חשיבה יצירתית כללית נמדדה בעזרת שאלון Tel Aviv Creative Test (TACT) (Milgram & Milgram, 1976a) יצירתיות ספציפית נמדדה באמצעות שאלות המודדות כשרון יצירתי במתמטיקה בשאלון מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו"ר) - (ליבנה וליבנה, 1998), ושאלון למדידת פעילויות בשעות הפנאי במתמטיקה Tel-Aviv Activities and Accomplishments Inventory:Mathematics (TAAI:M) (Livne & Milgram, 1998). הועבר שאלון דיאגנוסטי למתמטיקה Chelsea Diagnostic Mathematics Test:: Reflection and Rotation (Hart, 1993) למדידת ארבע רמות הבנה הירכיות במתמטיקה בנושאי שיקוף וסיבוב מתחום טופולוגיה ואלגברת מטריצות, שהתאים לצורכי מחקר הנוכחי. הבנת טופולוגיה ואלגברת מטריצות כתחומי-תוכן משלימים מבוססת על יכולת מתמטית יצירתית נוסף על יכולת מתמטית אקדמית. לפיכך, שאלון זה מודד רמות של יכולות מתמטיות, אקדמיות ויצירתיות מעורבבות (confounded). כמו-כן, ניתן לבדוק את הקשר בין הרמות הנמדדות על-ידי שאלון זה לבין רמות הבנה הירכיות של כישורים אקדמיים ו/או רמות הבנה הירכיות של כישורים יצירתיים, אם-כי לא ניתן להבחין באמצעותו בין רמות הכישורים האקדמיים לבין רמות הכישורים היצירתיים.

שיטת המחקר

כדי למנוע הטייה לטובת מדידת כשרון אקדמי או כשרון יצירתי, הוצגו 16 השאלות בשאלון מאו"ר בארבעה נוסחים מבוקרים (cross-balanced). סדר העברת הכלים נקבע לפי ארבעת נוסחים אלה. כתוצאה מכך, הועברו כלי המחקר בסדר שונה לכל אחת מארבע קבוצות שוות של תלמידים במהלך שלושה מפגשים נפרדים. על-מנת לפקח על השפעה אחידה של הכלים המודדים אינטליגנציה כללית, הם הועברו לכל התלמידים במפגש השלישי. המפגשים התקיימו אחת לשבוע ו/או שבועיים (Bulmer, 1987; Smith & Glass, 1987) וכל מפגש נמשך 100 דקות. כמו-

כן, התקיימו שני מפגשי השלמה. העברת הכלים הייתה קבוצתית ובהתאם להוראות המחברים. התלמידים לא נתבקשו להזדהות, ותשובותיהם לשאלונים השונים הותאמו לפי ארבע ספרות הטלפון האחרונות שרשמו על-גבי כל שאלון. התוצאות הראו שמהימנות כלי המחקר היתה ברמה מתונה עד טובה.

טכניקות לניתוח הממצאים

בשלב זה נבדקו שני היבטים של תקפות-המבנה של מודל 4 x 4: תקפות מתכנסת ומבחינה ותקפות בו-זמנית - חיצונית (Messick, 1995) של שאלון מאו"ר ושל שאלון TAAI:M והקשר שלהם לאינטליגנציה כללית, ליצירתיות כללית ולמשתני רקע . תקפות המבנה נבדקה באמצעות ניתוחים חד-משתניים ובאמצעות ניתוח קונפרמטיבי של מודל על בסיס משוואות מבניות (Structural Equation Modeling) בתוכנת EQS. טכניקה זו קובעת מראש את מימדי ו/או מרכיבי המודל התיאורטי שאינם ניצפים, ובודקת בניתוח יחיד את מידת התאמת הנתונים באופן סטטיסטי קורלטיבי למימדים ו/או מרכיב/ים מסוימים, ומובחנותם ממרכיב/ים ו/או מימד/ים אחרים (Bagozzi, 1993;

Bagozzi & Foxall, 1996; 1993; Byrne, 1994; Hair, Anderson, Tatham & Black, 1994; Hoyle, 1995;

Smith & Michael, 1997). התוצאות הראו שנתוני המחקר התאימו למבנה המודל התיאורטי ברמה טובה על-סמך מדדי ההתאמה (Goodness of Fit Indices) שנתקבלו

(CHI SQUARE = 495.86; CFI=0.92; LISREL GFI = 0.95; LISREL AGFI = 0.92; RMSEA =0.0058). תקפות המיבנה של מודל המחוננות 4 x 4 נמצאה הטובה ביותר בהשוואה לזו של ארבעה מודלים חלופיים.

ממצאים ומסקנות

ממצאי המחקר מצביעים על מספר מגמות: 1) קיימת הבחנה בין כשרון אקדמי לבין כשרון יצירתי כאשר שניהם נמדדים לפי פתרון בעיות במתמטיקה. 2) קיימות ארבע רמות הירככיות של כשרון אקדמי במתמטיקה וארבע רמות הירככיות של כשרון יצירתי במתמטיקה, כאשר הן נמדדות לפי פתרון בעיות במתמטיקה. תוצאה זו עולה בקנה אחד עם קיומן של ארבע רמות הירככיות של כשרון אקדמי ושל כשרון יצירתי שנמדדו לפי סולם גוטמן המבוסס על ציונים אורדינליים. סולם זה פותח במיוחד לצורכי מחקר זה. 3) ההבחנה בין כשרון אקדמי לבין כשרון יצירתי הנמדדים לפי פתרון בעיות במתמטיקה נמצאה בכל-אחת מרמות הכשרון. כמו-כן, נמצא

קשר בין כל-אחת מרמות הכשרון האקדמי לבין כל-אחת מארבע רמות של הבנה מתמטית - אקדמית בנושאי שיקוף וסיבוב (Hart, 1993).
ממצא זה והממצא הקודם לו מעידים על-כך שארבע רמות של כשרון אקדמי מובחנות מארבע רמות של כשרון יצירתי במתמטיקה, ולכן יכולות להימדד בנפרד. 4) קיימות ארבע רמות של כשרון יצירתי במתמטיקה הנמדדות לפי פעילויות בשעות הפנאי במתמטיקה. קיימת השפעה מתונה של כשרון יצירתי הנמדד לפי פתרון בעיות במתמטיקה על כשרון יצירתי הנמדד לפי פעילויות שעות-הפנאי במתמטיקה, והקשר ביניהם היה $r = 0.34$. ממצא זה מצביע על-כך שכשרון יצירתי במתמטיקה בארבע רמות יכול להימדד על-ידי שילוב של שני מדדי הכשרון, ולא רק על-ידי כל מדד בנפרד. 5) קיימת הבחנה בין ארבעת סוגי הכשרון המגדירים מחוננות: אינטליגנציה כללית, כשרון אקדמי ספציפי, יצירתיות כללית וכשרון יצירתי ספציפי. ממצא זה מצביע על-כך שכשרונות ספציפיים אינם יכולים להימדד על-ידי מדדי כשרון כללי. 6) קיימת השפעה של אינטליגנציה כללית על כשרון אקדמי במתמטיקה והקשר ביניהם היה $r = 0.60$; כמו-כן, קיימת השפעה של יצירתיות כללית על כשרון יצירתי במתמטיקה, במיוחד כשהוא נמדד לפי פתרון בעיות, והקשר ביניהם היה $r = 0.72$. לא נמצא קשר בין שני הכשרונות האינטלקטואליים לבין שני הכשרונות היצירתיים. ממצא זה מצביע על כך שמדדי הכשרונות האינטלקטואליים אינם מתאימים למדידת הכשרונות היצירתיים. 7) קיימת השפעה מתונה של מספר יחידות-לימוד במתמטיקה שהתלמידים לומדים על אינטליגנציה כללית והקשר ביניהם היה $r = 0.33$. לא נמצא קשר בין מספר יחידות הלימוד לבין כשרון אקדמי הנמדד לפי פתרון בעיות בשאלון מאו"ר ולפי ציוני בית-ספר במתמטיקה. ממצא זה מעיד על-כך שטיפוח כשרון אקדמי של תלמידים אינו מובטח רק על-ידי סיווגם לרמות לימוד מסויימת במתמטיקה. 8) קיימת השפעה מתונה של מקום המגורים על כשרון יצירתי כללי ועל כשרון יצירתי ספציפי הנמדד לפי פתרון בעיות בשאלון מאו"ר ולפי פעילויות בשעות הפנאי, והקשר ביניהם היה $r = 0.23$, $r = 0.42$ ו- $r = 0.20$, בהתאמה. ממצא זה מצביע על-כך שכשרון יצירתי, שאינו מודגש במוצהר במסגרות פורמליות, מושפע ממשתני רקע סוציולוגיים בצורה לא שוויונית.

תרומה מדעית וחינוכית

תרומת המחקר המדעית היא ביסוס אמפירי של הגדרת כשרון/מחוננות במתמטיקה כתופעה רב-מימדית בהתאם למודל 4 x 4. למיטב ידיעתנו, בפעם הראשונה אוששה ההבחנה הממשית בין סוגי כשרון אינטלקטואליים ויצירתיים, בין כשרונות כלליים וספציפיים ובין רמות כשרון,

והקשר שלהם עם גורמים חברתיים. כמו-כן, מהווה המחקר תשתית יוריסטית לגישות חדשות בחקר תפיסות שגויות במתמטיקה של תלמידים. מהיבט יישומי, תרומת המחקר המרכזית היא פיתוח כלים לאיתור ולטיפוח טווח רחב של תלמידים בעלי כשרונות במתמטיקה, כולל תלמידים תת-משיגים, מסוגים וברמות שונות, במטרה לקדם הישגיהם. טכניקת פיתוח הכלים תשמש בסיס לפיתוח תוכניות לימודים במתמטיקה המותאמות לתלמידים לפי סוגי ורמות הכשרון שלהם. ממצאי המחקר יהוו אב- טיפוס לקידום החינוך בתחומי תוכן של מדע וטכנולוגיה ושל מגוון מקצועות נוספים.

רשימה ביבליוגרפית

ארבל ב. (1997). **הזמנה לפתרון בעיות מתמטיות - חלק א: פתרון בעיות אלמנטריות ובדיקת יכולות מתמטיות.** הפקולטה למדעים מדוייקים על-שם ריימונד ובברלי סאקלר, בית-ספר למדעי המתמטיקה. אוניברסיטת תל-אביב.

בן-סימון ע. (1977). **המשוב הארצי למערכת החינוך: מבחן הישגים במתמטיקה לתלמידי כיתות ח' – יוני 1996.** מערכת החינוך, התרבות והספורט, לשכת המדענית הראשית, מרכז ארצי לבחינות ולהערכה (ע״ד), מיסודן של האוניברסיטאות בישראל. הוצאת משרד החינוך והתרבות. ירושלים.

בירבנבוים, מ. (1997). **חלופות בהערכת הישגים.** הוצאת רמות, אוניברסיטת תל-אביב.

גלנץ, י. (1989). **מבחן למדידת מחשבה מילולית מופשטת של אינטליגנציה כללית: מ״ס.** מכון ברק – מערכות מידע. תל-אביב.

ליבנה, נ. ל. וליבנה, א. א. (1998). **מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו״ר): שאלון למדידת כשרונות במתמטיקה של מתבגרים.** אוניברסיטת תל-אביב, בית-הספר לחינוך, רמת אביב.

ליבנה, נ. ל. וליבנה, א. א. (1999). **מדריך - מתמטיקה אקדמית ויצירתית רב-שלבית (מאו״ר): סולם לציינון תשובות ומדדי שגיאות.** אוניברסיטת תל-אביב, בית-הספר לחינוך, רמת אביב.

שי, שמואל (1991). תורת השטחות מהי. **מגמות - רבעון למדעי ההתנהגות.** כרך ל״ג, מספר 3-4, עמודים 319-330, ירושלים. הוצאת מכון סאלד.

שלזינגר, יצחק מ. (1991). משפט מיפוי אמפיריים ותיאורטיים. **מגמות - רבעון למדעי ההתנהגות.** כרך ל״ג, מספר 3-4, עמודים 331-341. ירושלים, הוצאת מכון הנרייטה סאלד.

Bagozzi, R., P. (1993). Assessing construct validity in personality research: Applications to measures of self-esteem. *Journal of Research in Personality, 27,* 49-87.

Bagozzi, R., P., & Foxall, G., R. (1996). Construct validation of a measure of adaptive-innovative cognitive styles in consumption .*International Journal of Research in Marketing, 13,* 201-213.

Bollen, K. A. (1993). *Testing structural equation modeling*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Bulmer, M. (Ed.). (1987). *Contemporary social research series* .Allen & Unwin (Publishers) Ltd., London, U.K

Byrne, B., M. (1994). *Structural equation modeling with EQS and EQS/Windows: Basic concepts, applications and programming* .Sage Publications, Inc., U.S.A .

Canter, D. (Ed.). (1983). *Facet theory: Approaches to social research.* New York: Spinger.

Cochran, W. G. (1977). *Sampling Techniques* .New York: John Wiley & Sons.

Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligence* .New York: Basic Books, 9-31.

Guttman ,L. (1950a). The basis for scalogram analysis. In S. A. Stouffer and others ,*Measurement and prediction* .Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Guttman, L. (1950b). The principal components of scale analysis. In S. A. Stouffer and others, *Measurement and prediction.* Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Guttman, L. (1991). *Louis Guttman on facet theory :Excerpts from unfinished writings* .The Israel Academy of Science and Humanities and the Hebrew University of Jerusalem.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field* .Princeton University Press.

Hair, J., F., Jr., Anderson, R., E., Tatham, R., L., & Black, W., C. (1995). *Multivariate data analysis with readings,* Fourth Edition, Prentice Hall, Inc., New Jersey.

Halmos, P. R. (1968). Mathematics as a creative art .*American Scientist, 56*(4), 375-389.

Hart, K. M. (1993). *Chelsea Diagnostic Mathematics Tests: Reflection and Rotation.* NEER-NELSON Publishing Company, Ltd., Windsor, Berkshire, U.K.

Hong, E., & Milgram, R. M. (1996). The structure of giftedness: The domain of literature as an exemplar. *Gifted Child Quarterly, 40,* 31–40.

Hong, E., Milgram, R. M., & Gorsky, H. (1995). Original thinking as a predictor of creative performance in young children .*Roeper Review: A Journal on Gifted Education, 18,* 147-149.

Hoyle, R., H. (Ed.). (1995). *Structural equation modeling: Concepts, issues and applications* .Sage Publications, Inc., U.S.A .

International Journal of Mathematical .Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy *Education in Science and Technology, 22* (1), 57-60.

Kissane, B. V. (1986). Selection of mathematically talented students. *Educational Studies in Mathematics, 17,* 221-241.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.* (translated by Teller, J.; edited by Kilpatrick, J., & Wirszup, I.). Chicago: The University of Chicago Press.

Livne, N. L., Livne, O. E. & Milgram, R. M. (1999). Assessing academic and creative abilities in mathematics at four levels of understanding. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30* (2), 227-242.

Livne, N. L.& Milgram, R. M. (2000). Assessing four levels of creative mathematical ability in Israeli adolescents utilizing out-of-school activities: A circular three-stage technique. *Roeper Review: A Journal on Gifted Education, 22* (2).

Livne, N. L.& Milgram, R. M. (1998). *Tel-Aviv Activities and Accomplishments Inventory: Mathematics.* Tel-Aviv University, School of Education, Ramat-Aviv, Israel.

Marland, S., P., Jr. (1972). *Education of the gifted and the talented.* Washington, DC:US Government Printing Office.

Mednick, S. A. (1962). The associative basis of the creative process .*Psychological Review, 69,* 220-232.

Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from person's responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist, 50*(9), 741–749.

Milgram, R. M. (Ed.). (1989). *Teaching gifted and talented children learners in regular classrooms.* Springfield, IL: Charles C. Thomas.

Milgram, R. M. (1990). *Tel-Aviv Activities Inventory.* Tel-Aviv University, School of Education, Ramat-Aviv, Israel.

Milgram, R. M. (1991). *Counseling gifted and talented children :A guide for teachers, counselors, and parents.* Norwood, NJ: Ablex.

Milgram, R. M. (1993). Preventing talent loss: New directions in conceptualization, identification and enhancement. American Psychological Association, Invited Address, 101st Annual Convention, Toronto, Canada.

Milgram, R. M., & Milgram, N. A. (1976a). Group versus individual administration in the measurement of creative thinking in gifted and non-gifted children .*Child Development, 47*.563-565.

Muir, A. (1988). The psychology of mathematical creativity. *The Mathematical Intelligence, 10* (1), 33-37.

Priestley, W. M. (1990). Mathematics and Poetry: How wide the gap .*The Mathematical Intelligence, 12*(1), 14-19.

Raven, J, Raven, J. C & .Court, J. H. (1998). *Advanced Progressive Matrices*. Oxford Pychologist Press.

Ridge, H. L., & Renzulli, J. S. (1981). Teaching mathematics to the talented and gifted: An interdisciplinary approach. In V. J. Glennon (Ed.), *The mathematical education of exceptional children and youth* (pp. 191-266). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Smith, M., L., & Glass, G., V. (1987). *Research and evaluation in education and the social sciences* .Allyn and Bacon, a division of Simon & Schuster, Inc., Massachusetts, U.S.A

Smith, E., F., & Michael, W., B. (1997). A construct validity study of a self-concept scale for a sample of hospital nurses .*Educational and Psychological Measurement, 57*(3), 494-504.

Sternberg, R. J. (1986). A triarchic theory of intellectual gifted. In R. J .Sternberg & J. E .Davidson (Eds.), *Concepts of giftedness* (pp. 151–181). Cambridge: Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. (1990). *Metaphors of mind: Conceptions of the nature of intelligence*. New York: Cambridge University Press.

Tannenbaum, A. J. (1983). *Gifted children: Psychological and educational perspectives* .New York: Macmillan.

Terman, L. M. (1925). *Genetic studies of genius: Mental and physical traits of a thousand gifted children* . Stanford, CA: Stanford University Press.

Terman, L. M., & Oden, M. H. (1959). *Genetic studies of genius: Vol .4 .The gifted child at mid-life: Thirty-five years follow-up of the superior child.* Stanford, CA: Stanford University Press.

Tirosh, D. (1989). Teaching mathematically gifted children. In R.M. Milgram (Ed.), *Teaching gifted and talented learners in regular classrooms*. Charles C Thomas Publisher. Springfield, Illinois.

Van Hiele, P. M. (1987). Van Hiele levels. A method to facilitate the finding of levels of thinking in geometry by using the levels in arithmetic .Paper presented at the Conference on Learning and Teaching Geometry Issues for Research and Practice. Syracuse University.

Wagner, H., & Zimmermann, B. (1986). Identification and fostering of mathematically gifted students. *Educational Studies in Mathematics, 17,* 243–259.

Wallach, M. A. (1970). Creativity. In P. H .Mussen (Ed.), *Carmichael's manual of child psychology, Vol. 1* (3rd ed., pp. 1211–1272).

Walters, J. M., & Gardner, H. (1986). The theory of multiple intelligence: Some issues and answers. In R. J. Sternberg, & R. K .Wagner (Eds.), *Practical intelligence: Nature and origin of competence in the everyday world* (pp. 163–182). New York: Cambridge University Press.

טיפוח מצוינות במתמטיקה: כלי או מטרה?

ד"ר רוזה לייקין, הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, רכזת
מדעית של פרוייקט טל"מ בטכניון

הקדמה

המאמר מציג פרוייקט טל"מ - "הטכניון לעידוד המתמטיקה", שהינו פרוייקט המתנהל בשיתוף בין המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים והמרכז לחינוך קדם אקדמי בטכניון בראשות פרופ' דוד ברנדון וד"ר אורית זסלבסקי.

הפרוייקט נולד ביוזמה של פרופ' אברהם ברמן וד"ר אלכס דומושניצקי כאשר בשנת הלימודים תשנ"ז נפתחה כיתת הטכניון בבית הספר עירוני ה' בחיפה.

בזמן הנוכחי צוות הפרוייקט כולל אנשים בעלי מומחיות שונה: אנשי חינוך מתמטי (ד"ר רוזה לייקין - מרכזת מדעית של הפרוייקט), מתמטיקאי מקצועי (ד"ר ליאוניד מדניקוב המרכז את צוות הפיתוח של הפרוייקט), מורי מורים למתמטיקה (אירנה גורביץ מרכזת הפעלה של הפרוייקט) ומורים מנוסים למתמטיקה (דפנה אושרת, יעל לין, קלרה זיסקין, שריגה דינור שעוסקים בהדרכת מורים בבתי הספר)

מטרות הפרוייקט

המטרה העיקרית של הפרוייקט היא לחזק את הקשר של הטכניון עם בתי הספר העל-יסודיים בצפון הארץ ולהגדיל את מעורבותו של הטכניון בתחום החינוך המתמטי. זאת במגמה לקדם את החינוך המתמטי שאליו נחשפים התלמידים ולהביא לעלייה במספר המועמדים ללימודי הסמכה בטכניון.

ממטרת העל של הפרוייקט נגזרות המטרות הבאות:

- הגברת העניין של התלמידים במתמטיקה, העלאת קרנה של המתמטיקה בעיני התלמידים ויצירת יחס אוהד שלהם למתמטיקה;
- פיתוח החשיבה המתמטית של התלמידים;

בסעיפים הבאים נפרט את הפעילויות העיקריות של הפרוייקט.

הפעילויות לתלמידים

כפי שהוצג באיור הנ"ל פעילויות לתלמידים כוללים כיתות מיוחדות וחוגי העשרה למתמטיקה.

כיתות מיוחדות

כיתות הטכניון

<u>תכנית הלימודים:</u> התלמידים בכיתות הטכניון לומדים מתמטיקה בקצב מואץ ובהעמקה רבה החל מכיתה ז' עד כיתה י' (או מכיתה ח' עד כיתה י"א), לפי תכנית לימודים מיוחדת. התכנית במתמטיקה בנויה מ- 8 ש"ש שמוקדשות ללימוד מתמטיקה בהתאם לתכנית הלימודים ל- 5 יח"ל, ו- 2 ש"ש שמוקדשות לפעילויות העשרה מתמטית לפי תכנית מיוחדת שנבנתה במסגרת הפרוייקט. הכוונה היא להכין את תלמידי הכיתה לכך שיוכלו לגשת לבחינת הבגרות במתמטיקה (בהיקף של 5 יח"ל) בסוף כיתה י' (י"א). תלמידים שעומדים בהצלחה בבחינת הבגרות במתמטיקה לומדים בטכניון קורסים במתמטיקה כבר בכיתה י"א. את יתר המקצועות לומדים בכיתות-אם רגילות.
<u>דרכי איתור התלמידים:</u> תלמידי כיתות הטכניון נבחרים על בסיס של המלצות, מוטיבציה ויכולת מתמטית. תהליך האיתור כולל השתתפות בפעילויות העשרה שבמהלכן אפשר יהיה להכיר את התלמידים מקרוב. התלמידים שמביעים עניין ללמוד בכיתות הטכניון משתתפים ב- 4 ימים רצופים של פעילויות העשרה במתמטיקה שמתקיימת בטכניון בשבוע ראשון של חופשת פסח. ימי הפעילות הנ"ל משמשים בסיס לבחירת התלמידים המתאימים.

רק תלמידים מועטים עומדים בהצלחה בלימודים בכיתות הטכניון. חלק מהתלמידים שמתחילים ללמוד בכיתת הטכניון מפסיקים את הלימודים בכיתה ועוברים ללימודים בכיתות רגילות ברמה של 5 יח"ל. כך חלק מהתלמידים שהוגדרו כבעלי פוטנציאל במתמטיקה נושרים מהפרוייקט. על מנת לאפשר לתלמידים רבים יותר בעלי פוטנציאל במתמטיקה לממש ולפתח את יכולתם נבנה מודל אחר של כיתות מיוחדות למתמטיקה- כיתות טל"מ.

כיתות טל"מ - מתמטיות

כיתת טל"מ מיועדת לתלמידי חט"ב בעלי רצון ומוטיבציה גבוהה ללמוד מתמטיקה, בתכנית המכשירה אותם בבוא העת לקראת בחינת בגרות בהיקף של 5 יח"ל. תלמידי כיתות טל"מ לומדים מתמטיקה בהעמקה ובהיקף גדולים יותר מהרגיל, החל מכיתה ז' או ח' עד לכיתה י"א או י"ב, לפי תכנית לימודים המותאמת ע"י צוות הפרוייקט לתנאי ביה"ס.

תכנית הלימודים: התלמידים בכיתות טל"מ לומדים מתמטיקה בהעמקה רבה החל מכיתה ז' או ח' עד לכיתה י"ב, לפי תכנית לימודים מיוחדת, המבוססת על התכנית "לראות מתמטיקה" (מט"ח, 1998). התכנית במתמטיקה בנויה מ- 5-6 ש"ש שמוקדשים ללימוד מתמטיקה בהתאם לתכנית הלימודים ל- 5 יח"ל של משרד החינוך. פעילויות חקרה מתמטית מהוות חלק אינטגרטיבי של התוכנית. תלמידים מבצעים את רוב פעילויות חקר בסביבת למידה ממוחשבת. כך שעתיים שבועיות תלמידים לומדים מתמטיקה בכיתת מחשב, וגם חלק נכבד של שעורי בית כולל חקירה מתמטית ממוחשבת. בנוסף התלמידים לומדים שעה שבועית אחת שתוקדש לפעילויות העשרה מתמטית לפי תכנית שנבנתה על ידי צוות הפרוייקט. חלק מהתלמידים יוכלו לגשת לבחינת הבגרות במתמטיקה (בהיקף של 5 יח"ל) בסוף כיתה י"א. חלק מהתלמידים יוכלו ללמוד בטכניון קורסים במתמטיקה כבר בכיתה י"א או י"ב. את יתר המקצועות ילמדו בכיתות-אם רגילות.

איתור התלמידים: תלמידי כיתות טל"מ נבחרים על בסיס של המלצות בית הספר והרצון והמוטיבציה שלהם להשקיע בלימוד מתמטיקה.

חוגי העשרה במתמטיקה

בשנה"ל נפתחו חוגים לתלמידי כיתות ו'-ח'. החוגים פתוחים בפני כל התלמידים מביעים עניין בכך. החוגים מתמקדים בפיתוח החשיבה המתמטית של התלמידים. במסגרת החוגים התלמידים לומדים נושאים נבחרים במתמטיקה שאינם נכללים בתכנית הלימודים. קיימים שני סוגים עיקריים של חוגים: (א) **חוגים לכלל התלמידים**, בהם יוכל להשתתף כל תלמיד שיהיה מעונין; (ב) **חוגים לתלמידים מצטיינים במתמטיקה**, בהם

יוכלו להשתתף רק תלמידים שיאותרו כמתאימים. החוגים לתלמידי כיתות ו' מהווים בסיס לאיתור התלמידים המתאימים לכיתות הטכניון ולכיתות טל"מ.

המבנה המומלץ של חוגי ההעשרה

חוג העשרה מתוכנן ל- 50 שעות בשנה, הבנויות מ- 25 מפגשים של שעתיים כל אחד. מפגשים בחוגים מחולקים ליחידות לימוד. כל יחידה מיועדת לארבעה מפגשים - שלושה מפגשים לימודיים, והאחרון מפגש תחרותי. בשלושת המפגשים הלימודיים הראשונים, בכל יחידה, התלמידים לומדים חומר חדש בשיטות עבודה מגוונות – עבודה יחידנית, עבודה בקבוצות קטנות, ועבודה בזוגות. במפגש הרביעי התלמידים משתתפים במיני-תחרות במסגרת הקבוצתית הרגילה. לצורך זה פותחו שיטות שונות למיני-תחרויות, ביניהן: תחרויות בין קבוצות קטנות, "התמודדות מתמטית", "קרוסלה מתמטית", ו"מכירה פומבית". בדרך כלל, כל מפגש לימודי מתחיל ב"חימום", ע"י פתרון בעיית חשיבה חדשה, לא קשה, או, דיון בפתרון בעיית רשות שניתנה הביתה במפגש הקודם. המורים נותנים לתלמידים אפשרות להסביר את דרך הפתרון שלהם ולעודד אותם להעלות מספר גדול של הצעות לפתרון ודרכים שונות להסבירן ולהצדיקן. כדי לגוון את העבודה, המורים מביאים לכיתה חומרים מוחשיים להדגמת הבעיות ולחקירתן ע"י עבודה "אמיתית" בשטח. לאחר סיום של כל אחת מיחידות הלימוד, תלמידים עוסקים בפעילות חקר רחבה.

תחרויות מתמטיות

כפי שצוין לעיל, במסגרת הפרוייקט נערכות תחרויות מיועדות לתלמידים שישתתפו בחוגי ההעשרה במתמטיקה, לתלמידי כיתות טל"מ ולתלמידי כיתות הטכניון. חלק מהתחרויות הן תחרויות קבוצתיות (למשל, התמודדות מתמטית, קרוסלה מתמטית, תחרות ספרינט), תחרויות אחרות הן תחרויות אינדיבידואליות (למשל, אולימפיאדת כיתה, אולימפיאדת בית, תחרות פרוייקטים).

הפעילויות למורים

כל הפעילות לתלמיד במסגרת הפרוייקט מתבצעת על ידי צוותי מורים בבתי הספר. לכן מורה בכיתה הוא הגורם המכריע של הפרוייקט. כפי שהודגש בסטנדרטים של NCTM (2000):

> To be effective, teachers must know and understand deeply mathematics they are teaching and be able to draw on that knowledge with flexibility in their teaching tasks. Effective teaching involves observing students, listening carefully to their ideas and explanations, having mathematical goals, and using the information to make instructional decisions. (NCTM, 2000, pp. 17, 19)

צוות הטכניון מספק השתלמויות ופעילויות הדרכה.

השתלמויות בעיקר מיועדות למורים שמתכננים להצטרף לפרוייקט. הן כוללות סדנאות שמכשירים אותם מבחינה דידקטית ומבחינה מתמטית לקראת עריכת חוגי העשרה במתמטיקה, הוראה בכיתות טל"מ, שילוב פעילויות מתמטיות לא שגרתיות בכיתות רגילות וטיפוח מצוינות במתמטיקה.

בשנת הלימודים תשס"א נפתח **מועדון מורים למתמטיקה של פרוייקט טל"מ** המיועד וצוותי בתי הספר שמעורבים בפעילויות הפרוייקט בנוי מפעילויות שיקוף, החלפת רעיונות, וסדנאות חדשות.

הדרכת מורים בפרוייקט מתבצעת באופן אינדיווידואלי וקבוצתי בבתי הספר המשתתפים בפרוייקט. מדריכות מתאם צוות הטכניון מנחות מורים שעובדים שנה ראשונה במסגרת הפרוייקט. מתוכנן כי מדריכות ימשיכו להנחות את המורים בשנה שניה של הפעילות בבית ספר כאשר המורה ילמד כיתה בשכבת גיל אחרת, והמורה שלימד שנה ראשונה ידריך מורה חדש שיצטרף לפעילות הפרוייקט.

פיתוח חומרי לימוד והדרכה

במסגרת הפרויקט יעובדו ויפותחו חומרי לימוד והדרכה המיועדים לחוגי העשרה במתמטיקה לרמות שונות של תלמידים ולשעורי העשרה במתמטיקה לכיתות הטכניון ולכיתות טל"מ. חומרי הלימוד יכללו, בין היתר, פעילויות לא שגרתיות לשילוב בשעורי מתמטיקה בכיתות רגילות. חומרי ההדרכה למורים יכללו הנחיות והצעות לשימוש בחומרי הלימוד.

פעילויות הערכה

הפרוייקט מלווה בפעילויות הערכה, שכוללים:

- איסוף נתונים וסקר מאפיינים של בתי הספר שישתתפו בפרוייקט;

- בניית כלים למיפוי הידע והכישורים המתמטיים בקרב התלמידים ביישובים הנבחרים ושימוש בכלים אלה;
- בניית כלים למעקב אחר התקדמות התלמידים והמורים שישתתפו בפרוייקט ושימוש בהם;
- בניית כלים להערכת חומרי הלימוד וחומרי ההערכה ושימוש בהם;

הפעילות בשנת הלימודים תשס"א

טבלה שלהלן מציגה את היקף פעילות הפרוייקט בשנת הלימודים תשס"א

סוג הפעילות	מס' כיתות	מס' תלמידים
כיתות הטכניון	10	170
כיתות טל"מ	8	239
חוגים	15	370

דיון

יחד עם Vogeli (1997) ניתן לטעון כי תפקיד הפרוייקט הוא רחב יותר מאשר הוצהר במטרות הפרוייקט. כמו תפקידם של בתי ספר מיוחדים למתמטיקה בכל העולם (Vogeli, 1997) גם הפרוייקט טל"מ בנוסף לטיפוח מצוינות במתמטיקה עלול להשפיע על שיפור המוניטין של מתמטיקה וצמיחת יצירתיות מתמטית בקרב תלמידי בתי הספר בארץ. בנוסף לכך פעילויות הפרוייקט אמורים להקרין את שינוי גישות ושיטות הוראת המתמטיקה על כיתות ובתי הספר שאינם שייכים לפרוייקט. תופעה זאת מתבססת על התפתחות מקצועית של מורים למתמטיקה שמתרחשת בעקבות לפעילויות הפרוייקט. כך למשל, המורים שעוברים את ההכשרה המיועדת להוראה בכיתות הפרוייקט גם בכיתות רגילות מיישמים "הוראה חדשה" ומורים אחרים בבתי הספר לומדים מניסיונם ומנסים להשתמש בחלק מהרעיונות בכיתות אחרות. הציתותים האלה מדגימים את האמיר לעיל:

איריס: כאשר ראיתי את הבעיה [לפני השיעור] חשבתי איך הם [התלמידים] יפתרו את הבעיה. אם לי קשה לפתור ויש לי פתרון נגד עיניים אז להם זה יהיה עוד יותר קשה. ומה אני רואה בשיעור. הם

ענת: פתרו את הבעיה ולא רק בדרך אחת ואחר כך עוד דנו בשאלה איזו דרך טובה יותר ומדוע...

גילה:גם כאשר הם [התלמידים] מפריעים לפעמים אני מגלה שהם מפריעים כי מדברים על בעיה מתמטית שצריך לפתור וכך אני לומדת קודם לברר על מה התלמידים מדברים ואחר כך לכעוס.

מילה: אחרי שלומדים כך בחוג מנסים גם בכיתה ללמד אחרת.

לסיכום יש לציין שטיפוח מצוינות במתמטיקה הוא תהליך מורכב, מצד אחד התומך בהיבטים שונים של הוראת המתמטיקה בבית הספר, ומצד אחר דורש את תמיכת המערכת בהיבטים רבים ככל האפשר. כך הפרוייקט מתייחס לטיפוח מצוינות במתמטיקה כאל כלי וגם כאל מטרה. האיור הבא מסכם את תפקידי הפרוייקט הקשורים לטיפוח מצוינות במתמטיקה.

ביבליוגרפיה:

Gensensheffield, L. (1999). *Development Mathematically Promising Students.* Reston VA: NCTM.

National Council of Teachers of mathematics. (NCTM) (1995). Assessment Standards for School Mathematics. Reston VA: NCTM.

National Council of Teachers of mathematics. (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM.

Vogeli, B. R. (1997). *Special Secondary Schools for the Mathematically and Scientifically Talented - An International Panorama.* New York: Teachers Colledge.

תכניות לתלמידים מצטיינים במתמטיקה במכון ויצמן

ד"ר נטע מעוז, היחידה לפעולות נוער, מכון ויצמן למדע

היחידה לפעולות נוער במכון ויצמן ראתה את טיפוח התלמידים המצטיינים במתימטיקה כמשימה חשובה עוד בעת הקמתה באמצע שנות ה-60 של המאה העשרים. פרופ' יוסף גיליס, מחשובי המתמטיקאים במכון ויצמן החל להפעיל את האולימפיאדה במתימטיקה לתלמידי ביה"ס התיכון בשנת 1967. עם השנים פותחו תכניות נוספות המיועדות לתלמידים מצטיינים במתמטיקה.

ראוי לציין שהתלמידים המשתתפים בכל התכניות שייסקרו בהמשך אינם תלמידים שאותרו כתלמידים מחוננים ע"י מבחני אתור והערכה למיניהם. אנו מאמינים שמוטיבציה להשתתף בתכניות חשובה לא פחות מכשרון ושתלמידים מתקדמים מסוגלים להעריך את יכולתם. אי לכך התלמידים המשתתפים בתכניות היחידה לפעולות נוער עושים זאת בעזרת תהליך של "בחירה עצמית" (self selection).

אולימפיאדה במתימטיקה ע"ש פרופ' יוסף גיליס

כפי שכבר צוין, פרופ' גיליס החל להפעיל אולימפיאדה במתימטיקה בשנת 1967. פרופ' גיליס נהג להתייעץ עם מתמטיקאים נוספים על מנת לגוון את השאלות ולבחור שאלות מתאימות לרמת האולימפיאדה. כמו כן נהג פרופ' גיליס לקיים פעילויות מיוחדות במתימטיקה במספר מקומות בארץ על מנת לקדם את החינוך המתמטי למצטיינים. לשם כך הוא נעזר במתמטיקאים נוספים כמו מר אריה כרוך ז"ל בחיפה, פרופ' אבי ברמן ופרופ' שי גירון בטכניון, מר שור וד"ר כרמי יוגב באזור המרכז, ד"ר שוני דר, שהוא עצמו הצטיין באולימפיאדות אלו בהיותו נער והיה מתלמידיו של פרופ' גיליס, ובפרופ' מיכאל שמשוני, ד"ר אברהם קריימר ז"ל וד"ר דוד רימר במכון ויצמן. עם פטירתו של פרופ' גיליס ב-1994 ניהל פרופ' שי גירון את האולימפיאדה

במכון ויצמן במשך מספר שנים ובשנים האחרונות מנהל אותה פרופ' סרגיי יקובנקו ממכון ויצמן. גם פרופ' שי גירון ופרופ' סרגיי יקובנקו נוהגים להתייעץ עם מורים מעולים למתימטיקה ועם עמיתים, על מנת לבחור שאלות מתאימות לאולימפיאדה.

קבלת המשתתפים לאולימפיאדה מבוססת על שיטת "הבחירה העצמית": המעונינים מקבלים לביתם, בנוסף לטופס הרשמה ותקנון האולימפיאדה גם דוגמאות של שאלות שניתנו בעבר. השאלון מאפשר להם להעריך את רמתם ולהחליט אם הם מסוגלים להתמודד.

האולימפיאדה במכון ויצמן מיועדת למעשה לשתי אוכלוסיות של התלמידים: האוכלוסייה הראשונה היא קבוצה של כ-10-20 תלמידים מצטיינים, שמוכרים למעשה לכל העוסקים בטיפוח תלמידים מחוננים במתימטיקה והם משתתפים בכל התחרויות הנערכות בארץ. הקבוצה השניה, הגדולה יותר, היא של תלמידים אוהבי מתמטיקה שלא הייתה להם הזדמנות להיפגש עם סוג הבעיות הניתנות באולימפיאדה - בעיות בעלות אופי מיוחד המדגימות את המתמטיקה ה"אמיתית". בני נוער אלו אינם מסוגלים לפתור את הבעיות הקשות ביותר המופיעות בשאלון, אך יש חשיבות רבה לעודד אותם להמשיך להתעניין ולעסוק בבעיות כאלו, כך שבבא היום יהיו מסוגלים להתמודד גם עם הבעיות הקשות. לכן הבעיות מוצגות בסדר קושי עולה: השאלה הראשונה היא הקלה ביותר ומטרתה לאפשר גם לתלמידים לא מנוסים להתמודד איתה, ולעודד אותם לממש את הפוטנציאל הגלום בהם. השאלה השניה קצת יותר קשה וחלקם מצליחים לפתור אותה. זוהי למעשה בעיה שבוחנת את "הבנת הנקרא" במתימטיקה. שאר הבעיות, 3-5 מיועדות לגילוי האלופים.

להלן שאלות לדוגמא מהאולימפיאדה שהתקיימה במכון ויצמן בתאריך 29.1.01. (נכתבו ע"י פרופ' סרגי יקובנקו).

__בעיה מס. 1__

המישור צבוע בשני צבעים כך שכל נקודה צבועה או בשחור או בלבן.

הוכח כי תמיד אפשר למצוא:

א. שלש נקודות צבועות באותו צבע, כך שאחת מהן נמצאת בדיוק באמצע הקטע שמחבר את שתי הנקודות האחרות.

ב. שלש נקודות צבועות באותו צבע, שיוצרות משולש שווה צלעות.

__בעיה מס. 4__

הוכיחו כי לכל מספר ראשוני p המספר 2^p+3^p אינו ריבוע של מיספר שלם.

למצטיינים בפתרון הבעיות ניתנים הפרסים הבאים:

- פרסים ראשון שני ושלישי מוענקים ל-3-7 משתתפים בהתאם להישגיהם. הפרסים הם פרסים כספיים.
- בנוסף מוענקים ציונים לשבח ל-5-10 משתתפים.
- לכל הזוכים מוענקת תעודה ואלו שהציעו פתרון מיוחד זוכים לציון נפרד.

אנו נערכים כעת להציע תכנית לעידוד תלמידים שהשתתפו באולימפיאדה ופתרו לפחות בעיה אחת. התוכנית תציע עיסוק במתימטיקה בנוסף ללימודיהם בבית הספר.

מספר המשתתפים באולימפיאדה הוא בממוצע 150.

<u>אולימפיאדה זוטא לתלמידי חטיבות הביניים</u>

אולימפיאדה זו החלה לפעול בשנת 1991 ביוזמתה של ד"ר מריטה ברבש, שהדריכה בחוגי המתמטיקה של מכון ויצמן בעת ולאחר היותה דוקטורנטית במכון. הכוונה בקיום אולימפיאדה זו אינה יצירת מסגרת תחרותית לתלמידים אוהבי מתמטיקה, אלא הגברת העיסוק במתמטיקה לילדים אלו ואיתור תלמידים מצטיינים מרחבי הארץ.

האולימפיאדה נערכת בשני שלבים: בשלב הראשון נשלחים לבתי הספר שאלוני האולימפיאדה ל-3 שכבות גיל: לכיתות ז', ח' וט', והמורים מתבקשים לתת אותם לתלמידים מתאימים. כמו כן, נשלחים השאלונים לתלמידי חוגי המתימטיקה במכון ויצמן, למרכזיות פדגוגיות ולכל המבקש. התלמידים מתבקשים לפתור את הבעיות ולשלוח את התשובות למכון ויצמן.

לא מתקיים מעקב האם הילדים פתרו את הבעיות בכוחות עצמם או נעזרו בבני משפחה או במורים. כל לימוד הנובע מהעיסוק בבעיות מתקבל בברכה.

התשובות נבדקות והתלמידים שהציגו כושר חשיבה ופתרון מעניין של הבעיות מוזמנים למכון ויצמן לשלב השני של האולימפיאדה. הבעיות נבדקות והפותרים נכונה זוכים בפרסים שהם ספרים במתמטיקה עם בעיות מסוגים שונים. בכל שיכבת גיל ניתנים 3-6 פרסים למקומות ראשון, שני ושלישי וכן כ-3-6 ציונים לשבח. התלמידים מקבלים גם תעודות ומוריהם מקבלים מכתבים המציינים את הזכייה.
להלן מספר שאלות לדוגמא (מתוך שאלוני שנת תש"ס, שנכתבו ע"י אפרים מילר):

כתה ז', שלב א'

בעיה מס. 1

מצאו את המעריכים a, b, c ו- d המקיימים את התנאים הבאים:

א. הביטוי $1^a+9^b+9^c+9^d$ מתחלק ב-4;

ב. כל המעריכים שלמים, חד-ספרתיים ושונים זה מזה;

ג. הסכום $a+b+c+d$ הוא הקטן ביותר.

בעיה מס. 2

הוכיחו שלא קיימת "שלישיית מספרים ראשוניים" פרט ל"שלישיה" 7, 5, 3.

הערה: "שלישיית מספרים ראשוניים" הם שלושה מספרים ראשונים עוקבים כאלה שהפרש בין השני לראשון והפרש בין השלישי לשני שווה ל- 2.

כתה ח', שלב א'

בעיה מס. 1

מצאו את המעריכים d, c, b, a המקיימים את התנאים הבאים:

א. הביטוי $1^a+9^b+9^c+9^d$ מתחלק ב-100

ב. כל המעריכים אי-שליליים ושונים זה מזה

ג. הסכום a+b+c+d הוא הקטן ביותר

<u>בעיה מס. 4</u>

מספר מסוים מסתיים במספר 7. אם מעבירים אותה להתחלת המספר מתקבל מספר הגדול פי 7 מהמספר המקורי. מצאו את המספר המקורי.

<u>כתה ט', שלב א'</u>

<u>בעיה מס. 1</u>

מצאו את מספר A הקטן ביותר כך שהביטוי $3^{1999}+A$ *יתחלק ב-1000.*

<u>בעיה מס. 3</u>

הוכיחו שסכום n מספרים טבעיים $1+2+3+4+........+n$ *לא יכול להסתיים בספרה 2. באלו ספרות נוספות לא יכול להסתיים סכום כזה?*

בשלב זה משתתפים כ-350 תלמידים מכתות ה'-ט'. לאחר בדיקת התשובות מוזמנים כ-100 תלמידים בשלוש שכבות הגיל לשלב השני הנערך במכון ויצמן.
להלן מספר דוגמאות של בעיות השלב השני:

<u>כתה ז', שלב ב'</u>

<u>בעיה מס. 4</u>

מספר A בן חמש ספרות מורכב רק מהספרות 2 ו-3. מספר אחר B בן חמש ספרות מורכב רק מהספרות 3 ו-4. האם מכפלת המספרים $A\times B$ *יכולה להיות מורכבת רק מהסיפרה 2?*

<u>בעיה מס. 7</u>

על קו ישר סימנו חמש נקודות לפי הסדר A, B, C, D, E. ידוע שאורכי הקטעים הם:

AC=BD; CE = 101 ס"מ; AB= 23 ס"מ.

יש למצוא את אורך הקטע DE.

<u>כתה ח', שלב ב'</u>

<u>בעיה מס. 2</u>

מספר בן שבע ספרות מתחלק ב-8. מהו סכום הספרות הגדול ביותר האפשרי?

<u>בעיה מס. 5</u>

על הנייר רשום המספר 23. כל דקה מוחקים את המספר ורושמים במקומו את מכפלת ספרותיו בתוספת 12. איזה מספר יהיה רשום בתום השעה הראשונה?

<u>כתה ט', שלב ב'</u>

<u>בעיה מס. 1</u>

ידוע שסכום מאה מחוברים חיוביים שונים שווה לסכום ריבועיהם. איזה סכום גדול יותר: סכום החזקות השלישיות שלהם או סכום החזקות הרביעיות שלהם?

בעיה מס. 2

מצאו את כל שלישיות המספרים הראשוניים (a,b,c) המקיימות את המשוואה

$$19a-bc=1995$$

לאחר סיום כל שלב בדיקה מקבלים כל המשתתפים לביתם חוברת עם פתרונות מלאים של הבעיות.

מתימטיקה בהתכתבות

החוג למתמטיקה בהתכתבות התחיל לפעול בשנת 1982. הוא נועד להעשיר את הידע המתמטי של ילדים ובני נוער המתעניינים בנושא ולהציג פנים אחרים, מעניינים ומשעשעים של המתמטיקה שאינם נלמדים בבית הספר.

החוג מיועד לכל מי שאוהבת (או אוהב) אתגרים מתמטיים, מכל מקום בארץ, מכיתה ג' ועד כיתה י'.

החוג מחולק ל-4 רמות שונות:

- רמה 1 לתלמידי כיתות ג' ו-ד'
- רמה 2 לתלמידי כיתות ה' ו-ו'
- רמה 3 לתלמידי כיתות ז' ו-ח'
- רמה 4 לתלמידי כיתות ט' ו-י'

משתתפי החוג מקבלים לביתם דפי עבודה ובהם הסברים על הנושאים החדשים ובעיות שונות. המשתתפים עונים על השאלות ושולחים את השאלונים חזרה. אנחנו בודקים את השאלונים, מעירים הערות ושולחים דף

פתרונות מלא לשאלון הקודם ושאלון חדש. במשך השנה נשלחים 5 דפי עבודה. בנוסף מוזמנים התלמידים לסדנאות וימי כיף מתמטיים במכון ויצמן. בנוסף לדפי רמות 2, 3, ו-4 מצורפת חידה מתמטית בלשית על עלילות מתי מתוק וד"ר לא, פרי עטו של אמנון ז'קוב.

בכל דף עבודה מופיעות 25-35 בעיות.

בכל שנה משתתפים בחוג כמה מאות משתתפים, כאשר חלקם משתתפים בחוג במשך מספר שנים.

להלן מספר שאלות לדוגמא: (השאלות נכתבו ע"י עומר אנג'ל, דוקטורנט במכון ויצמן ו"מבוגרי" האולימפיאדה במתמטיקה והאולימפיאדות הבינלאומיות בהדרכת פרופ' גיליס).

<u>רמה 1, מחזור ג', תש"ס</u>

שאלון זה היה מוקדש לבסיסים

<u>בעיה 5</u>

ננסה לרשום מספר בבסיס 8: המספר הוא 1672. החזקות של 8 הן:

$$8^4 = 4096, \quad 8^3 = 512, \quad 8^2 = 64, \quad 8^1 = 8, \quad 8^0 = 1$$

4096 גדול מדי, אבל 512 קטן מהמספר שלנו. 1666 מחולק ב 512 נותן 3 עם שארית 136 לכן הספרה הראשונה היא 3.

את 136 נחלק בחזקה אחת קטנה יותר של 8 שהיא 64. התוצאה: 2 עם שארית 8. לכן הספרה הבאה היא 2.

את השארית 8 נחלק בחזקה הבאה: 8. התוצאה: 1 עם שארית 0. לכן הספרה הבאה היא 1.

את השארית 0 נחלק בחזקה הבאה: 1 התוצאה: 0. לכן הספרה האחרונה היא 0.

הגענו עד לחזקה 1 ולכן נעצור. המספר שמצאנו הוא 3210_8.

1672 תפוחים ניתן לחלק ל-3 ערמות של 8^3 תפוחים, 2 ערמות של 8^2 תפוחים, ערמה אחת של 8 תפוחים ואפס ערמות של תפוח בודד.

5. רשמו את המספרים הבאים בבסיס 8:

7 = ______

8 = ______

10 = ______

11 = ______

88 = ______

148 = ______

200 = ______

<u>רמה 3 , מחזור א', תש"ס</u>

בשאלון זה נעסוק בעקרון שובך היונים. זהו עקרון מתמטי בסיסי שניתן להיעזר בו לפתרון בעיות רבות. נתחיל במספר דוגמאות.

1. על הלוח רשומים 11 מספרים. האם בהכרח יש שניים מתוכם שמסתיימים באותה ספרה?

אם כן, הסבר למה. אם לא, תן דוגמה למספרים כאלה.

______

______

______

מה משתנה בשאלה הקודמת אם רשומים רק 10 מספרים?

______

______

2. אם על הלוח רשומים 101 מספרים, הראה שיש שניים מתוכם שמסתיימים באותו זוג ספרות. (ניתן להניח שכל המספרים הם בני שתי ספרות לפחות).

______

______

______

3. השלימו:

כדי שבוודאות נוכל למצוא 2 מספרים שמסתיימים באותה ספרה דרושים ______ מספרים.

כדי שבוודאות נוכל למצוא 2 מספרים שמסתיימים באותן 2 ספרות דרושים ______ מספרים.

כדי שבוודאות נוכל למצוא 2 מספרים שמסתיימים באותן 3 ספרות דרושים ______ מספרים.

כדי שבוודאות נוכל למצוא 2 מספרים שמסתיימים באותן 6 ספרות דרושים ______ מספרים.

כל השאלות האלו הן מקרים פרטיים של עקרון שובך היונים. העיקרון אומר שאם בשובך יש מספר כלשהו של תאים ונכנסות לתוכו מספר גדול יותר של יונים אז הכרח יש תא שבו שתי יונים לפחות. בניסוח מתמטי כללי:
אם ישנו מספר כללי n של תאים ולתוכם נכנסים יותר מ n עצמים
אז יש תא שבו שני עצמים לפחות.

העיקרון נכון כיוון שאם בכל תא יש לכל היותר עצם אחד אז בכל התאים יחד יש לכל היותר n עצמים אבל ידוע שיש יותר מ n עצמים.

הערה: ייתכן שיהיה יותר מתא אחד שבו יש שני עצמים, וייתכן גם שיהיו בתאים שלושה עצמים או יותר, אבל לא ייתכן שבכל התאים יהיה איבר יחיד או שיהיו ריקים.

בשאלות הקודמות העצמים

היו______________________________.

והתאים

היו______________________________.

<u>רמה 4, מחזור ה' תש"ס</u>

שאלון זה היה מוקדש לריבועי קסם.

3. אם מסובבים ריבוע קסם 90 מעלות לכיוון כלשהו, או 180 מעלות, או שמשקפים אותו (מחליפים ימין ושמאל), הראו שהריבוע נשאר ריבוע קסם. (פעולות אלה של סיבוב ושיקוף נראות סימטריות של הריבוע).

____

____

____

____

____

4. רשמו שני ריבועי קסם אחרים בגודל 3×3 מהמספרים 1 עד 9. (היעזרו בשאלה הקודמת).

ננסה למצוא את כל ריבועי הקסם 3x3 מהמספרים 1 עד 9.

5. ראשית נמצא את הסכום המשותף. סכום כל שורה הוא הסכום המשותף, וסכום כל השורות הוא בדיוק סכום כל המספרים בריבוע. מכאן ניתן למצוא את הסכום המשותף. מהו?

הערה: סכום המספרים $1+2+3+......n$ הוא $n\times(n+1)$ חלקי 2.

____

____

____

<u>סיפור מתמטי בלשי</u>

לרמות 2, 3, ו-4 מצורף ספור בלשי מתמטי פרי עטו של אמנון ז'קוב.

להלן הסיפור שהתלווה לשאלון על הסתברות.

קוביות הגורל או צריך לנחש רק שש

מחזור ד -רמה 3

מאת אמנון זקוב

ערב אחד נשמעה דפיקה חרישית בדלתו של פקד כהן. שליח מסתורי הושיט מעטפה חתומה, וחמק ללא הסבר. הפקד ומתי פתחו את המעטפה ובתוכה היה המכתב הבא:

"אדונים יקרים!

הגעתי למסקנה כי יש להקים מועצת מלחמה מקרב כל ארגוני החוק והסדר, הביון, הפסיכולוגיה והמדע -כדי להביא, אחת ולתמיד, לתפיסתו של דר' לא והעמדתו לדין. החלטתי להעמיד בראש הצוות אותך, פקד כהן, ולהעניק סמכויות מלאות למתי, כראש צוות החשיבה. מצורפת כאן מפה למקום המפגש הסודי לפגישה הראשונה של המועצה למלחמה בדר' לא, או בראשי תיבות: מלמ"ד לא.

עליכם להגיע לשם מחר, יום ד', ב-8 בערב, וחל איסור חמור לדווח על כך לאיש, פן תגיע השמועה לדר' לא. על פקד כהן - להכין נאום פתיחה.

על החתום

ראש הממשלה

~~~~~~
~~~~~~

פקד כהן סקר את עשרות הנוכחים, כחכח בגרונו ופתח:

"מועצה נכבדה!
כל מי שהצליח להגיע למבנה נסתר, זה לאחר נווט קשה בהרים ובמעמקים
–קרוץ מן החומר המתאים ללוחמה בדר' לא. המשימה לפנינו לא קלה.
שנים רבות מתי ואנוכי מנסים להניח את ידנו על מנוול זה, המבצע פשעים
נוראים אחת לשבוע. אציג בפניכם תכנית להגברת ההסתברות ללכידתו של
הפושע. . ."

"מה הקשקוש הזה "הגברת ההסתברות"!" –התפרץ אחד הנוכחים "או
שיש לך תכנית לתפוס אותו בודאות או שאין לך! אם זה היה תלוי בי –הייתי
אורב לו בכל פעם ביום אחר בשבוע, ובכל פעם במקום אחר בו עלול הדר'
להלום –עד שהייתי מחסל אותו!".

הפקד חייך בסבלנות. הוא הכין עצמו היטב להערות מסוג זה. הוא שלף
מכיסו שתי קוביות גדולות ואמר: "ברצוני להדגים לאדוני את היקף הבעיה:
בקוביה א' רשמתי, במקום מספרים, את ימי השבוע, מא' ועד ו' –בהנחה
שאפילו דר' לא יבצע פשעים בשבת. בקוביה ב' –רשמתי את ששת סוגי
המוסדות כלפיהם מבצע הדר' את פשעיו: ממשלה, עיריות, תרבות, בנקים,
תחבורה, מדע. אם ארצה למשל לנחש היכן יכה הדר' השבוע –אטיל את
שתי הקוביות" והפקד הטילן.

עלו בגורל יום ד' וממשלה: "מכאן" המשיך הפקד "אני יכול להמר שהיום, יום
ד', מתכנן הדר' תעלול לממשלה – אך זהו הימור בלבד. אולי הוא מתכנן
שוד בנקים ביום ה' – הרי ישנן אפשרויות רבות".

"לא כל כך הרבה" התעקש המשתתף העקשן. "בזריקת שתי הקוביות שלך
ישנן רק 36 אפשרויות ואפשר להציב מארבים בכולם!"

הפקד חייך בעליונות: "אדוני – זה רק נראה כאילו 36.
למעשה – קיימות רבבות אפשרויות, כיון שבכל סוג קיימים מאות ואלפי
מוסדות שונים. למשל: כאשר קבלתי בקוביה "מוסד ממשלתי" ישנם כ-20-
משרדים ממשלתיים ולכל משרד עשרות סניפים בכל הארץ ו. . ."

"אם כך" המשיך הווכחן "אני מציע להתרכז במקום ההגיוני ביותר ביום

ההגיוני ביותר".

הפקד הביט בו בתמיהה: "אולי יפרט אדוני מהו היום והמקום ההגיוניים?"

"כאן ועכשיו!" השיב האיש, שלף מסכת גז, ובטרם התאוששו הנוכחים מההלם, פרץ גז ממתקן סמוי והרדים את כולם, כשמרמקולים חבויים נשמע השיר "באה מנוחה ליגע ומרגוע לעמל"...

~~~~~~

מתי והפקד פקחו את עיניהם. פני דר' לא המחייכים בידידות גחנו מעליהם. דרך חלונות הזכוכית של החדר הם יכלו לראות את האולם ובו ישנים, הלומי גז, כל חברי המועצה.

"ברוך שובכם להכרתכם" שח הדר'. "אני תמיד ממליץ לאויבי לנמנם לפני התמודדות עמי, כדי שיהיו בכושר, הי, הי...אגב, מה דעתכם על הרעיון הגאוני האופייני שלי, לשלוח מכתב בשם ראש הממשלה – ולחסל את כל אויבי בערב אחד?!"

"גם אם תחסל אותנו – יבואו אחרים בעקבותינו, ולבסוף אתה תחוסל!!" השיב הפקד באומץ.

"ההסתברות לכך אמנם קיימת", השיב הדר' באדיבות, "אך היא קטנה למדי...אגב, עיינתי ברשימותיך כיצד להגביר את ההסתברות ללכידתי. בהחלט רעיון מבריק: להפיץ בכל יום שמועה כי באותו יום במקום מסוים מתרחש מאורע חשוב במיוחד, למשל: שמתקיימת תערוכת תכשיטים יקרי מציאות במוזיאון הלאומי, או שההמצאה המדעית שזכתה בפרס תוצג ביום זה במוזיאון המדע וכו'. זה ימשוך את עיני כהזדמנות ייחודית יוצאת מן הכלל לבצע פשע, וכך אפשר יהיה לצפות, בסבירות גבוהה מאד, ששם אבצע את פשעי – במקום לנחש היכן, בין כל אלפי המקומות האפשריים ובאיזה יום אפעל! כל הכבוד! אלא ששכחת שדר' לא הינו גאון מדהים מכדי לפול בפח פשוט שכזה... אבל, כפרס על מאמציך – אתן לשניכם הזדמנות לשחרר את עצמכם ורעיכם – אם אכן תוכיחו לי שאתם יודעים כיצד להגביר את ההסתברות לשחרורכם".
~~~~~~

"סליחה", אמר מתי "אולי תוכל לפרט למה כוונתך?"

"בשמחה" השיב דר' לא ושלף מתיקו 2 קוביות משחק רגילות. "נתחיל מהתמודדות פשוטה. בכל תור – שנינו מטילים קוביה. אם התוצאה תיקו – לא נרשמות נקודות, ואם לא – נרשמת נקודה לזוכה. כך נשחק 36 סיבובים. אם למשל אתה תזכה ב-17ואני ב-12 - יהיו לזכותך 5 אנשים משוחררים שכן גברת עלי ב-5 נקודות".

"ואם להפך?" שאל מתי.

"אז אתה חייב לי 5 שבויים" צחקק הדר'.

"אינני מוכן למשחק שכזה" השיב מתי "אמנם, סיכויינו שווים באופן תיאורטי, אבל ישנו סיכוי לא קטן שבפועל – אתה תנצח ואני אסכן את האנשים!"

"אני מוכן ללכת לקראתך" ענה הדר'. אתה תהמר על מספר משחקי התיקו ב36- הסיבובים.

נניח שתהמר על 10. אם תצדק – ישוחררו 10. אך על כל סטייה תשלם כפליים. כלומר: אם המרת על 10 ויהיו 7 תוצאות תיקו – זו סטייה של 3, ולכן תחזיר לי 6 אנשים, ויישארו לך רק 4. אך אם התוצאה תהיה 4 משחקי תיקו, סטייה של 6 – תחזיר לי 12 – כלומר: תהיה חייב לי 2".

מתי הרהר, הסכים, והימר על הערך התיאורטי של מספר משחקי התיקו, ובסיום 36 הסיבובים נזקפו לזכותו 4 משוחררים.

במשחק השני – הגיש לו דר' לא קוביה חלקה, ללא מספרים, ואמר: "אתה רשאי לכתוב עליה 6 מספרים לא שליליים כרצונך, לא דווקא שלמים – בתנאי שסכומם יהיה שווה לסכום המספרים בקוביה רגילה. תחילה נשחק 10 סיבובים ואתה תהמר על מספר תוצאות התיקו כשהתנאים הם: אם תדייק – ישוחררו 10 אנשים – אך כל סטייה תעלה לך בשני אנשים".

"מסכים" ענה מתי בחיוך. דר' לא הביט בו בזעם, אך המשיך: "במשחק השלישי תשחק באותה קוביה שלך נגדי 72 סיבובים. המנצח יזכה בהפרש הנקודות בינינו".

מתי הרהר, רשם את המספרים על הקוביה, מסר את הימורו לגבי מספר משחקי התיקו, וזכה במדויק, דבר שהיה צפוי לאור המספרים שכתב.

במשחק השלישי זכה שוב, בדיוק בהפרש התיאורטי. במשחק הרביעי שוב

קיבל מתי קוביה חלקה עליה יכתוב מספרים לא שליליים כרצונו בתנאי שסכומם יהיה שווה לסכום המספרים בקוביה רגילה. הפעם ינצח בכל סיבוב מי שסכום 5 הפאות הגלויות בהטלה יהיה גדול מיריבו (הפיאה השישית היא זו שמתחת). מתי הרהר אחר חייך ואמר: "אף על פי שגם במשחק זה ישנו הימור –הסיכויים הם לטובתי –ובגדול" רשם את מספריו, ואכן מקץ 36 סיבובים הייתה התוצאה בדיוק לפי ההסתברות התיאורטית ומתי היה זכאי לשחרר אנשים כגודל הפרש הניקוד. סך הנקודות הכללי לזכותו התאים עתה במדויק למספר האנשים הכלואים.

דר' לא חרק שיניו מכעס, אך כדי לשמור על תדמיתו כאדם העומד בהבטחותיו, שחרר את כל העצורים, ונשאלת השאלה: כמה חברים קיימים במועצה? (הקוראים מוזמנים לנסות את כוחם).

חוגים בחשיבה מתמטית

בנוסף לתכניות שהוזכרו לעיל, והמיועדות לתלמידים מצטיינים במתמטיקה, מכשירה היחידה לפעולות נוער גם תלמידים המעונינים לעסוק במתמטיקה בנוסף לנלמד בבית הספר, ע"י למידה בחוגים. הלמידה בחוגים מיועדת לפתוח החשיבה המתמטית, והיא נערכת בשכבות גיל שונות, החל מכתה ב' ועד לסוף חטיבת הביניים. רבים מתלמידי החוגים משתתפים בתכניות למצטיינים שצוינו קודם. כמעט בכל שיכבת גיל מוצעים חוגים למתחילים ולממשיכים - תלמידים שכבר השתתפו בחוגי המתמטיקה בשנים הקודמות.

להלן דוגמאות לנושאים הנלמדים בחוגים:

8113

מטרת חוג זה היא פיתוח חשיבה מתמטית אצל ילדים צעירים. החוג מבוסס על ניסיון שנרכש אצל המדריכה בפיתוח מושגים מתמטיים.

החוג יעסוק בעיקר בנושאים אלה:

1. בעיות הגיון.
2. גרפים ומשמעותם: בנייה וקריאה של גרפים.

3. שימוש רחב באותיות להבנת עקרונות מתמטיים בצורה כללית.
4. הכרת המושג שברים, השוואה בין השברים .
5. הכרת מושגים גיאומטריים כמו קווים, זוויות, היקף ושטח.
6. סיבוב והשתקפות, צורות שטוחות.
7. מושג הסימטרייה.
8. צורות תלת ממידיות.

הלימוד ילווה באמצעי המחשה רבים ופעילות של הילדים.

8116

מטרת חוג זה היא פיתוח חשיבה מתמטית אצל ילדים צעירים. החוג מבוסס על ניסיון שנרכש אצל המדריכה בפיתוח מושגים מתמטיים.

החוג יעסוק בנושאים אלה:

1. בעיות הגיון.
2. צורות שטוחות ותלת-ממידיות וציורן.
3. מושג ההיטלים של צורות תלת-ממידיות ושחזור הצורה על פי ההיטלים.
4. חוק הפילוג ובעיות הקשורות בכך.
5. הכנה לפתרון משוואות ובעיות מילוליות לבניית משוואה.
6. שברים, השוואה בין שברים.
7. מושג הסימטרייה.
8. שטחים והיקפים של צורות מורכבות.

הלימוד ילווה באמצעי המחשה רבים ופעילות של הילדים.

מספר המקומות מוגבל מאוד.

8128 חשיבה מתמטית לכתות ה' (מתחילים)

המדריך: יוסי אלרן

מטרות החוג:

בחוג זה "נטעם" מתחומים שונים, מגוונים ומעניינים של המתמטיקה.

החוג יעסוק בעיקר בנושאים אלה:

1. הכרת תכונות של מספרים וחוקי חשבון.
2. סימני התחלקות של מספרים.
3. בעיות במספרים ואותיות.
4. סדרות מתמטיות ומציאת חוקיותן.
5. ממדים ותפיסת מרחב.
6. מתמטיקה ואמנות (אשליות אופטיות, טבעות מוביוס).
7. מבוא לתורת הסיכויים והסתברויות.
8. לוגיקה - תורת ההגיון.
9. פילוסופיה והיסטוריה של המדע והמתמטיקה.
10. ריבועי קסם.
11. פרקטלים מתמטיים ובטבע.
12. חידות מתמטיות.

8129 חשיבה מתמטית לכתות ו' (ממשיכים)

המדריך: ולדימיר פיבניק

מטרות החוג:

*להגביר עניין הילדים בלימודי המדעים ובמיוחד בלימודי המתמטיקה

בעזרת פעילות

מרתקת במהלך החוגים וסיורים במעבדות המכון.

*להרחיב את אופקיהם בתחומים שונים, כולל היסטוריה של המדע, קשרים

בין מתמטיקה,

פיסיקה וכימיה וכו'.

*לפתח אצל תלמידי החוג אינטואיציה מתמטית ולהכינם להשתתפות

בתחרויות מתמטיות

למיניהן הנערכות ע"י היחידה לפעולות נוער.

החוג יעסוק בעיקר בנושאים אלה:

1. בעיות הגיון, חידות, משחקים וקסמים מתמטיים עם מספרים, גפרורים וקלפים.
2. סדרות מתמטיות, מציאת חוקיות הסדרות. סדרות: פיבונצ'י, חשבונית, הנדסית.
3. מתמטיקה והצפנה.
4. קומבינטוריקה, לוגיקה והסתברות.
5. מבוא לתורת הגרפים, בעיית אוילר.
6. סימטרייה במדע ובמתמטיקה במיוחד. בעיות הגיון הקשורות לסימטרייה, ריצופים.
7. פונקציה מהי?
8. פתרון בעיות בעזרת משוואות עם נעלם אחד.
9. הצצה לעולמה של הנדסת המישור.
10. פתרון בעיות מהאולימפיאדות המתמטיות האחרונות אשר נערכו במכון ובחו"ל.
11. פרקים מהיסטוריה של המתמטיקה.

8211 חשיבה מתמטית לכתות ז' (מתחילים)

המדריך: אפרים מילר

החוג יעסוק בעיקר בנושאים אלה:

1. עולם המספרים: מספרים ראשוניים, אלגבריים, טרנסצנדנטיים, צורתיים,
2. משוכללים, ידידותיים וכו' ותכונותיהם.
3. ספרות אחרונות של חזקות: ספרה אחרונה ושתי ספרות אחרונות של חזקות, שימוש
4. בחוקיות בהתחלקות ביטויים מספריים וכד'
5. מבוא לטופולוגיה: מושגים בסיסיים, סרטט ללא הפסק, עץ טופולוגי,

שימוש בבעיות

6. שונות.
7. עיגולי אויילר, פתרון בעיות לוגיות בעזרתם.
8. עצרת מספרים: שימוש בקומבינטוריקה, מספר אפסים בסוף עצרת מספרים וכד'.
9. העברת ספרות מהתחלת המספר לסופו, ולהפך, והקשר ביניהם.
10. גילוי חוקיות בסדרות של צורות שונות.
11. בעיות לוגיות מיוחדות: גילוי חפצים בארגזים, הוצאת מינימום חפצים מארגזים וכו'.
12. בעיות מיוחדות מהנדסת המישור.
13. מספרים שמתקבלים מספרותיהם.

8213 חשיבה מתמטית לכתות ח'+ט' (מתחילים)

המדריך: ולדימיר פיבניק

בחוג נלמד נושאים מתוך רשימה זו כפי שנספיק:

1. בעיות שומרות היקף - כיצד להקיף שטח גדול ככל האפשר בגדר באורך נתון?
2. אינדוקציה מתמטית - כיצד היא פועלת ומה קורה כשהיא לא פועלת - פרדוקסים הנוצרים בשימוש לא נכון באינדוקציה מתמטית.
3. שברים "קרובים" - כיצד שורת שברים רגילים מתקשרת לבעיות מפורסמות בתורת
4. המספרים.
5. מרכז הכובד - מושג מתמטי או מושג פיסיקלי?
6. אינווריאנט הוא אפיון כלשהו שלא משתנה בפעולות מסוימות. המושג הזה עוזר לפתור
7. בעיות סבוכות מכל שטחי המתמטיקה.
8. סימטרייה - הוא מושג בהנדסה, אך לא רק בהנדסה. נלמד היבטים

שונים של מושג זה

9. וננצלו לפתרון בעיות.
10. מספרים ראשוניים - מה ידוע ומה לא ידוע עליהם.
11. פרקים מיוחדים בתורת המספרים.
12. משוואות רציונאליות.
13. הלוגריתמים, הגדרה, סימון, זהות לוגריתמית, שימוש בלוגריתמים.
14. מעבר מבסיס לבסיס, נוסחאות.

הוצאה לאור של חומר במתמטיקה

בנוסף לפעילות הענפה במתמטיקה עם ילדים ובני נוער יצאו לאור במשך השנים חוברות רבות עם חומר במתמטיקה המיועד למערכת הלא פורמלית. חומר זה כולל ריכוז החומר שנתן בחוג להתכתבות, ריכוז שאלות מהאולימפיאדות עם רמזים לפתרון ופתרונות. כמו כן הוצאנו לאורחוברות רבות שנכתבו ע"י מורים בחוגים במשך השנים כמו אביגדור רוזנטולר, מריטה ברבש, עמוס גרא, בעיות מיוחדות שהוצגו בסדנאות המיועדות למשתתפי החוג למתמטיקה בהתכתבות. חומר שחיברו מורים למתמטיקה שעלו מחבר המדינות ועברו קורסי הסבה להוראת מתמטיקה בעברית של היחידה לפעולות נוער נערך אף הוא והוצא לאור על-ידי היחידה לפעולות נוער. פרוט של החומר הזה ניתן לראות בקטלוג המופיע באתר האינטרנט:
www.weizmann.ac.il/youthact

המועדון המתמטי לנוער בדרום - קידומטיקה לנוער

ד"ר מירי עמית, מפמ"ר מתמטיקה, משרד החינוך
אוניברסיטת בן-גוריון

רציונל

המועדון המתמטי בדרום - קידומטיקה לנוער, פועל מזה שלוש שנים באוניברסיטת בן-גוריון בנגב, ומרכז להוראת המדעים והטכנולוגיה, במימון קרן רש"י סקטא.
במועדון משתתפים בכל שנה כ - 250 תלמידים בכלאי 12 עד 15 הכל הנגב המרכזי והמערבי, מהישובים: באר שבע, אשקלון, קרית גת, ירוחם, ערד, מיתר, שדרות ונתיבות.
בראש המועדון עומדת דר' מירי עמית שהיא גם היוזמת, והמרכז וראש התוכנית הוא יוסף חפץ, לצידם צוות של מנחים וחונכים.

המועדון המתמטי לנוער בדרום, הוקם כדי לתת מענה לתלמידים הרוצים להרחיב את הידע המתמטי שלהם, לפתח כישורי חשיבה מגוונים, להתנסות בפתרון בעיות לא שגרתיות, ולהיות בסביבה תומכת חברתית ומסקרנת אינטלקטואלית.
<u>המשותף לכולם הוא כושר התמדה גבוהה ורצון לעבודה רצפוה ומאתגרת בתחום המתמטיקה.</u>

הנחות יסוד

הנחות היסוד במבנה המועדון הן כדלקמן:

I. מתמטיקה היא נחלת כל השכבות החברתיות ושני המינים, ולכן חשוב <u>לעודד תלמידים משכבות סוציו-אקונומיות שונות להשתלב במועדון המתמטי.</u>

II. מתמטיקה חשובה לכל, לתלמידים בעלי יכולות מגוונות, ולכן חשוב ליצור מסגרת רחבה ולא רק "נבחרות".

III. מצוינות במתמטיקה חשובה ביותר, ולכן יש ליצור במועדון גם מסגרות למצטיינים, ולעודד תחרותיות בונה.

IV. "האצה" לבגרות אינה מטרה נהפוך הוא - המטרה להרחיב ולהעמיק את הידע של התלמידים בנושאים אקס-קוריקולריים, ולא ליצור מרוץ מוקדם לבגרות (ניגוד בולט ממקומות אחרים).

V. המשתתפים במועדון המתמטי, כדרכו של מועדון, חייבים לעבוד באווירה נינוחה ופתוחה, עם צוות תומך וקבוע: של מנחים ושל חונכים צעירים. (מודל של תנועת נוער).

VI. העצמה מתמטית אמיתית אינה בנויה מאוסף אנקדוטלי של הרצאות ומשימות אלא מחייבת תוכנית עבודה ריגורוזית בעלת מטרות ברורות ועם מטלות מוגדרות היטב.

VII. המועדון משלב פעילויות תרבותיות - מדעיות מעבר למתמטיקה, ופעילות חברתית משלימה.

VIII. בהשתתפות במועדון המתמטי יש מחויבות הדדית של תלמידים, הורים, מנחים וחונכים.

IX. משתתפי המועדון המתמטי מהווים סוכני שינוי בבתי הספר שלהם, ומגדילים בכך את מעגלי ההשפעה של העצמה מתמטית.

המתמטיקה היא ההוויה המאחדת, והפעילות המתמטית נשענת על הנחות היסוד, שהוצגו לעיל.

מטרות אופרטיביות, ומבנה.

על מנת להשיג העצמה מתמטית של התלמידים יש לפתח דרכי חשיבה וכישורים רב כיווניים, אשר מתכנסים לחשיבה מתמטית הוליסטית. על כישורי חשיבה אלו נמנים: חשיבה לוגית, תובנה מספרית, יכולת מניפולטיבית, פיתוח

אסטרטגיות לפתרון בעיות, יצירתיות וסיבולת אינטלקטואלית, ויצירת תרבות מתמטית.

מבנה המועדון והקורסים הניתנים בו, נשענים על התנאים לפיתוח חשיבה מתמטית שהוזכרו לעיל.

הקורסים שפותחו כדי לענות על מטרות העצמה, כוללים:

I. לוגיקה מתמטית.

II. גיאומטריות מיוחדות במישור ובמרחב.

III. בסיס לתורת המשתנים.

IV. הסתברות וקומבינטוריקה.

V. פתרון בעיות לא שגרתיות (מחיי היום-יום ואחרות).

VI. התנסויות במיומנות אלגברית.

VII. קליידוסקופ מתמטי.

VIII. ממציאנות.

הקורסים ניתנים ע"י מרצים (קבועים), שכל אחד מהם מומחה בתחומו.

כל משתתפי המועדון המתמטי נחשפים בשנתיים הראשונות, לכל הקורסים הנ"ל, בשנה השלישית עליהם לבחור מספר קורסים מתקדמים בהם הם "מתמחים".

המועדון פועל פעמיים בשבוע בשעות אחה"צ (4 שעות), השני אתרים: באוניברסיטת בן גוריון בקמפוס באר-שבע, ומכללת ספיר בשדרות.
המשתתפים עובדים בצורת סדנא - אינטראקטיבית בקבוצות קטנות. לכול קבוצה יש חונך קבוע: החונך הוא תלמיד מצטיין מכיתה גבוהה בתיכון או סטודנט האוניברסיטה. תפקיד החונך לעקוב אחרי פעילות אישית של כל אחד מהמשתתפים, לתמוך לעודד, לעזור ולהתגבר על הקשיים ולשמור כעין "אח גדול - מתמטי" (ולפעמים גם אישי), כל קבוצת תלמידים לומדת את כל הקורסים ברוטציה. כלומר בכל מפגש של 4 שעות, יש שני קורסים בני שעתיים כ"א.

בהמשך ניתנים לקבוצה זו קורסים אחרים, כך שבסיכומו של דבר, במשך כחודשיים: כל הקבוצות מקבלים חשיפה לכל הנושאים במסגרת קורסים מובנים.

כפי שנאמר קודם, על מנת ליצור גוף ידע משמעותי יש צורך בקורסים מובנים ולא הרצאות העשרה בלבד, לכן, לכל קורס יש שלד תוכני, ועליו מותאמים תכנים ספציפיים לגילאים שונים ופעילויות מתאימות, המשתתפים מקבלים סכומי נושא ודפי תשאול והרחבה בבית.

חשוב לציין כי החומרים שנמסרים לחברי המועדון מופצים, במקרים רבים, לחברים ומורים בבתיה"ס שלהם, ובכך גדלים מעגלי ההשפעה של המועדון המתמטי.

Rating, ימי פעילות, סיורים

אחת לחמישה שבועות, שוברים את המסגרת של סדנאות קבוצתיות, ויוצרים ימי פעילות לכלל המועדון. בימי פעילות אלו התקיימו תחרויות ליחידים ולקבוצות, כתיבת עיתון מתמטי, "ספורט" מתמטי, הרצאות אוח וכד', בנוסף שלוש פעמים בשנה מתקיימים סיורים, אלו משולבים תמיד בפעילות תרבותית וציונית.

לקידום ההנעה (מוטיבציה)

לכל משתתף נקבע rating המבוסס על מידת ההתמדה, הכנת שיעורי בית, הצלחה בביצוע משימות ותרומה לקבוצה, החונך של כל קבוצה אחראי למעקב אחרי
ה - rating האישי של כל תלמיד.

הערכה והצלחה

מתקיים תהליך מתמיד בהערכה ומשוב הן ברמת התלמידים והן ברמת הצוות, הערכה זו משמשת בעיקר לעיצוב (או רה-עיצוב, במידת הנדרש), של הקורסים והמבנה.

מחקר השוואתי מבוקר שנערך בתשס"א, על אוכלוסיות מקבילות של תלמידים אשר השתתפו במועדון המתמטי וכאלו שלא השתתפו בו, מצביע על עדיפות מובהקת של חברי המועדון בפתרון בעיות ואסטרטגיות - בנושאים שלא נלמדו במועדון. כלומר - יש פיתוח יכולות כלליות שיש לו טרנספר למגוון נושאים מעבר לתחום דעת נלמד.

החברים במועדון המתמטי משתתפים באופן תמידי ובהצלחה בכל תחרויות ארציות במתמטיקה, למשל בתחרות ערים בשנת 2000 השתתפו יותר מ - 50 חברי מועדון, וזו תחרות עליונה שרוב מוחלט של חברי מועדון עוד לא שייכים לה. מספר דומה השתתף גם באולימפיאדה זוטא של מכון וייצמן.

הצלחות חסרות תקדים של חברי המועדון המתמטי בדרום הביאו לפריצת דרך בשינוי דמות של תלמיד מדרום הארץ, שכבר הרבה שנים לא מצליח להשתווֹת עם תלמידים מאזורים יוקרתיים במרכז. למשל, באולימפיאדה זוטא של שנת 2000, לקחו יותר חברי המועדון המתמטי מ- 1/3 של כל הפרסים בתחרות, 7 מתוך 20 וההצלחה האחרונה: באליפות בתי ספר שהעבירה אוניברסיטת חיפה בדצמבר 2000, קבוצה ראשונה של המועדון זכתה בציון לשבח, למרות שהייתה הכי צעירה, ראוי לציון גם שבהצלחות חלק ניכר (יותר מחצי) שייך לבנות!

לקראת השנה הבאה מתוכננת הרחבת הפעילות של המועדון המתמטי לאתרים נוספים בארץ, בעיקר בדרום ולאוכלוסיות שונות.

תכנית בר-אילן לנוער מוכשר במתמטיקה

פרופ' ברנרד פינצ'וק, המחלקה למתמטיקה, אוניברסיטת בר-אילן

ברצוני להודות למארגני יום עיון "טיפוח מחוננות מתמטית" על ההזדמנות לתאר במקצת את ה"תכנית לנוער מוכשר במתמטיקה" של אוניברסיטת בר-אילן, בשיתוף עם המרכז הישראלי לקידום מדעי המתמטיקה. התכנית זכתה בתמיכה חלקית ממשרד החינוך במסגרת "מחר 98" ומקרן "וקטור וז'קלין בנטטה".

<u>מבוא:</u>

התכנית לנוער מוכשר במתמטיקה נוסדה בשנת 1986 ע"י פרופ' צבי ארד ופרופ' ברנרד פינצ'וק מהמחלקה למתמטיקה באוניברסיטת בר-אילן במטרה לקדם תלמידים מוכשרים במיוחד במתמטיקה ולהביאם ללימודים אקדמיים כבר בהיותם בבית הספר התיכון.

<u>קווים מנחים:</u>

הקווים המנחים את התכנית:

1. החשיבות של לימודי מתמטיקה כבסיס לקידום וככלי עבודה בכל תחומי המדע, הכלכלה והעסקים, התקשורת וכו'.

2. ישנו יתרון משמעותי לסטודנט שמתחיל את לימודיו באוניברסיטה הכל תחום שהוא כשבאמתחתו ידע במתמטיקה המקביל ללימודי שנה א' מתמטיקה באוניברסיטאות.

3. תלמיד מוכשר והעל מוטיבציה מסוגל בגיל 14 (כיתה ח') ללמוד ולהבין מתמטיקה ברמה גבוהה יותר מהרמה הקיימת בכיתות רגילות בבתי ספר. הכיתות בבתי ספר אינן הומוגניות ולכן לא ניתן להשיג בכיתות רגילות מה שנית להשיג עם קבוצות מיוחדות של תלמידים מוכשרים ובעלי מוטיבציה.

<u>תאור כללי:</u>

התכנית לנוער מוכשר במתמטיקה היא תכנית תלת-שנתית שמתקיימת במשך כיתות ח', ט' ו- י'.
הלימודים מתקיימים במשך שלוש שנים, וכוללים פגישה אחת בשבוע בהיקף של 4 שיעורים (45 דקות לשיעור) במשך כל שנת לימודים - בכיתות ח', ט' ו- י'. לימודים אלו הם בנוסף ובמקביל ללימודיהם הרגילים בשיעורי מתמטיקה בבית הספר. בסוף כיתה י' משתתפי התכנית נבחנים בבחינת בגרות בהיקף של 5 יחידות לימוד.
תלמידים שמסיימים את התכנית ועוברים את בחינת הבגרות בהצלחה יכולים להמשיך במשך השנתיים הבאות, כיתות יא' ו- יב', בלימודי מתמטיקה באוניברסיטה. בדרך כלל הם לומדים את הקורסים "חשבון אינפיניטסימלי", "אלגברה ליניארית", ו"מבוא לתורת הקבוצות ואנליזה" כסטודנטים בסטטוס של שומע חופשי עם זכות בחינה וקרדיטציה אקדמית באוניברסיטה. ישנם תלמידים שבוחרים גם ללמוד קורסים במדעי המחשב המוצעים לסטודנטים בשנה א' באוניברסיטה.

<u>קבלה לתכנית:</u>

לקראת סוף שנת הלימודים פונים לבתי ספר בבקשה שיפנו תלמידים מוכשרים במיוחד מכיתות ז' לצורך מבחן מיון לקבלה לתכנית. הבחינה מבוססת על ידע מתמטי הנרכש עד אמצע כיתות ז' וכן בוחן את החשיבה המתמטית ואת הכשרון המתמטי. מתקבלים כ- 20% מהנבחנים במבחני מיום אלו.

<u>נושאי הלימוד בתכנית לנוער מוכשר במתמטיקה:</u>

החומר הנלמד בתכנית לנוער מוכשר במתמטיקה מבוסס על החומר הנלמד במקביל בבתי הספר.

מכיוון שלא כל בתי הספר מלמדים מתמטיקה באותו סדר ובאותו קצב, מקדישים חלק נכבד מהסמסטר הראשון בשנה הראשונה ל"יישור קו" בידע המתמטי של התלמידים. כך מביאים אותם לנקודת התחלה שווה שממנה ניתן להתקדם בחומר לנושאים מתקדמים יותר הנשענים על הנושאים הנלמדים בבתי הספר.

מכיוון שהזמן העומד לרשות הקורס קטן מאד יחסית למספר השעות המוקדשות בבתי הספר במתמטיקה, יש להסתמך על נושאים מסוימים שיילמדו בבתי הספר. כך למשל, כאשר מלמדים גאומטריה, מלמדים את המשפטים בגיאומטריה ומראים תרגילים ספורים הנשענים על המשפטים הנלמדים ביודענו כי בבית הספר התלמידים מעמיקים ומתרגלים הרבה יותר. חייבים ללמד את המעט הזה בגיאומטריה על מנת שנוכל להתקדם לחומר של יא' ויב' בגיאומטריה אנליטית וטריגונומטריה.

ספרי לימוד מיוחדים חוברו על ידי צוות התוכנית המאורגנים לפי סדר הלימוד הייחודי של התוכנית.

<u>הנושאים הנלמדים בכיתה ח'</u>: משוואות בנעלם אחד, משוואות בשתי נעלמים, נוסחאות הכפל המקוצר, משוואות ריבועיות, משוואות דו-ריבועיות, משוואות בשני נעלמים בריבוע, שברים אלגברים, מעט גיאומטריה, מטריצות, אי שוויונים, הנדסה אנליטית (עד מעגל), תכונות חזקות, משוואות מעריכיות, לוגריתמים.

<u>הנושאים הנלמדים בכיתה ט'</u>: אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי, סיום גיאומטריה אנליטית, סדרות, טריגונומטריה.

<u>הנושאים הנלמדים בכיתה י'</u>: בעיות מינימום ומקסימום במרחב, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מערכת E ומערכת L, גידול מעריכי, נגזרת פונקציה הפוכה, פונקציות טריגונומטריות הפוכות, דמיון משולשים, בעיות אלגבריות (חזרה על הנלמד בבית הספר), מספרים מרוכבים, אינטגרלים, חזרה והעמקה על כל החומר.

<u>המורים בתכנית לנוער מוכשר במתמטיקה:</u>

המורים המלמדים בתכנית לנוער מוכשר הנם בעלי רקע וניסיון שונה: ישנם מורים מנוסים מבתי ספר תיכוניים בעלי ניסיון הגשה לבגרות, וישנם מורים מתחילים בעלי מרץ ומוטיבציה - ביניהם ישנם מורים בוגרי התוכנית. הדגש הוא על כך שהמורים יהיו דינמיים וכריזמטיים, שיעניקו לתלמיד הרגשה שמלבד הלימוד המקצועי הם נמצאים בלימוד חוויתי ומהנה.
כל המורים עוברים השתלמות לפני פתיחת שנת הלימודים והנחיות ספציפיות על הוראת תלמידים מחוננים ועל קצב הלימוד המיוחד בתוכנית. כמו כן לכל מורה ניתנת חוברת הוראה המכילה תכנית לימודים מפורטת - כולל מהו החומר שיש להעביר בכל שיעור, דפי עזר, מערכי שיעורים, דפי עבודה וחזרה לתלמידים ועוד.

<u>פיקוח על רמת ההוראה:</u>

חשוב מאד בתכנית לנוער מוכשר במתמטיקה שהרמה הגבוהה תישמר בכל הקבוצות, ושהקצב הלימודי יישמר אחיד בין הקבוצות. לצורך כך, מקיימים באמצע כל שנה מבחן אחיד לכל שבות הלימוד. כך מוודאים שכל התלמידים הגיעו לרמה נאותה כבר באמצע השנה. כמו כן, בסוף כל שנה מקיימים מבחנים אחדים לשכבות ח' וט' שאף נבדקים ע"י בודק אחד, וכך שומרים על אובייקטיביות ואחידות מקסימלית. מבחן זה עוזר בהכרעה בסוף כל שנה אילו תלמידים מתאימים להמשיך ללמוד בתוכנית גם בשנה הבאה. תלמידי כיתות י'

עוברים שלושה מבחני מגן ברמה גבוהה מזו של הבגרות בכדי להכינם כראוי לבחינת הבגרות.

מנחי המורים נמצאים בקשר טלפוני עם כל המורים לפחות אחת לשלושה שבועות על מנת לסייע ולשמוע חוויות ובעיות העלולות להתעורר בקבוצות השונות. לפחות פעם בשנה ישנו ביקור בכל קבוצה על מנת לצפות בשיעור ולהעביר שאלוני משוב בין התלמידים כדי לבחון את מידת שביעות רצונם מהמורה ומהתכנית.

היקף הפעילות:

בשנת הלימודים תשס"א השתתפו בתכנית כ- 1,300 תלמידים ב- 16 אזורים ברחבי הארץ. להלן רשימת האזורים, מספר קבוצות הלימוד באזור ומספר התלמידים. הלימודים מתקיימים במקום מרכזי, בדרך כלל בבית ספר או מרכז.

אזור פעילות	מספר הקבוצות	מספר התלמידים
אמ״ת גוש דן	1	11
חיפה	1	5
אשדוד	3	53
אשקלון	3	43
אוניברסיטת בר-אילן	13	278
בת-ים	5	135
גבעתיים	2	52
הוד השרון	1	25
הרצליה	3	55
חולון	3	74
כפר סבא	8	164
צפת	3	38
נתניה	5	130
פתח תקוה	3	52
רעננה	6	130
רעות	3	74
סה״כ		1319

<u>תמיכה בתלמידים:</u>

בכדי להבטיח ככל האפשר את הצלחת התלמידים בתכנית, יש להיות מודעים לקשיים הייחודיים לתכנית ולטפל בהם במידת האפשר.
ישנו אחוז לא מבוטל ממשתתפי התוכנית אשר פורשים מהתכנית לפני סיומה. אחוז הפרישה עומד על כ- 25% ורובה מתרחשת במשך השנה הראשונה של התכנית. יש לציין כי התלמידים המשתתפים בתכנית ממשיכים ללמוד באופן סדיר בכיתתם כך שבמידה והם פורשים מהתוכנית לפני סיומה, אין נתק מיתר הכיתה והחזרה למסלול הרגיל הנה חלקה וטבעית.
המרכיבים המרכזיים בתכנית הגורמים קושי לתלמידים ומביאים אחוז לא מבוטל מהם לפרישה מהתכנית לפני סיומה הנם:

1. התוכנית דורשת התחייבות של השקעה והתמדה לתקופה של שלוש שנים.
2. הלימודים בתכנית וגם שיעורי הבית מתקיימים בזמן החופשי של התלמיד אחרי יום לימודים מלא בבית הספר, דבר שעלול לפגוע בתחביבים ואינטרסים אחרים של התלמיד.
3. אין אפשרות לסטודנט להרפות מהלימודים מכיוון שהקצב מוגדר ומוגבר. כאשר מתפתחת בעיה אישית, משפחתית, או אחרת שפוגעת זמנית בלימודים, התלמיד מגלה שהוא לא מצליח להשלים את חומר הלימודים כראוי ולהדביק מחדש את קצב הלימודים בכיתה.
4. סיבה כללית נוספת היא שהתכנית "לוחצת מדי" וזו כנראה מיזוג של הסיבות שנמנו לעיל.
5. הנסיעה ללימודים וחזרה מוסיפה עול לתלמידים שמשקיעים זמן רב לאחר שעות הלימודים הרבות. למרות שהכיתות מאורגנות במקומות מרכזיים, רוב התלמידים חייבים לנסוע לפחות חצי שעה בכל כיוון.

נדיר מאד שתלמיד נושר בגלל הרגשה שאינו מסוגל לקלוט את החומר.

מרכיב חשוב ביותר להצלחתו של התלמיד בתוכנית היא מוטיבציה וסביבה תומכת - הן בבית והן בבית הספר. ישנה חשיבות רבה לקשר האישי בין התלמיד ומשפחתו לבין המורה ו/או מרכזי התוכנית.

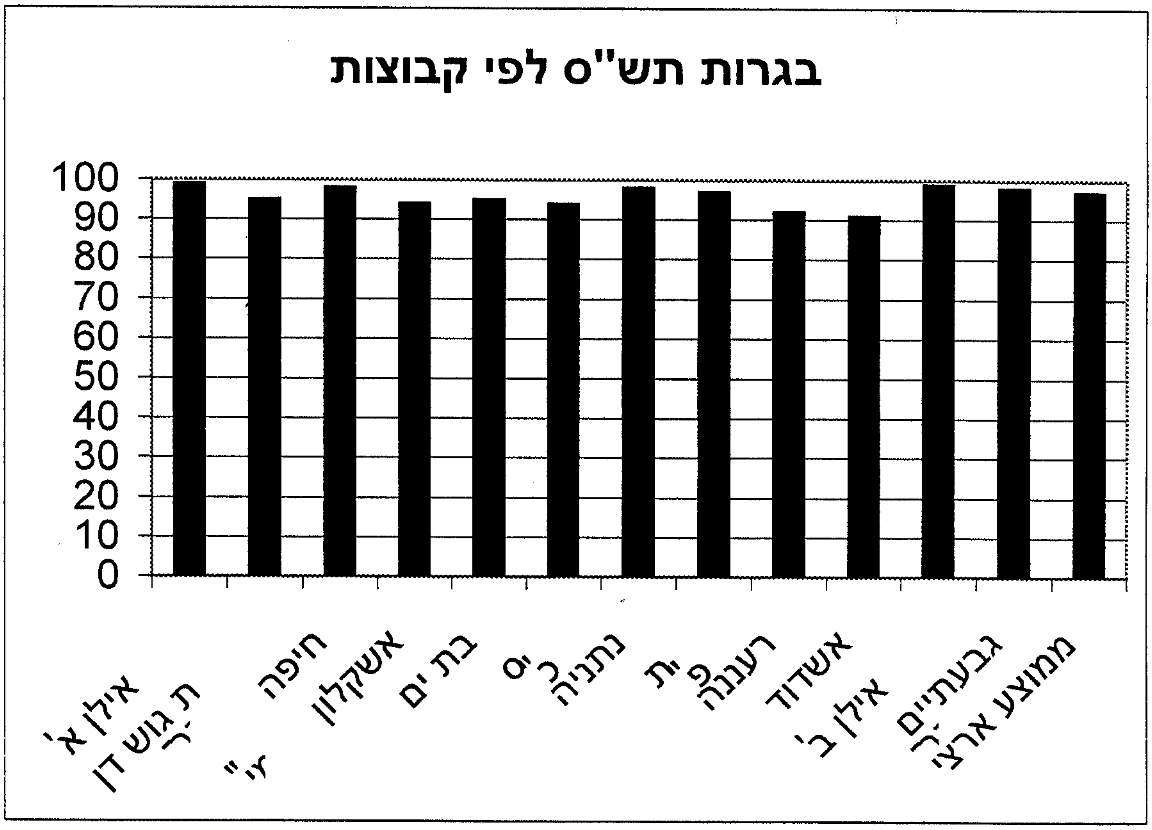
במקרה שהתלמיד יעדר משיעור או מגלה קושי מסוים, אנשים צות התכנית יוצרים קשר עם התלמיד ועם ההורים לברר את מקור הבעיה ולהציע עזרה במידה וזה אפשרי. יש מערכת של שיעורי עזר וגם עזרה טלפונית לעזור לתלמידים.

התמיכה של בית הספר והמורים מבית הספר חשובה לתלמיד. מילת עידוד על ידי מורה בית הספר משמעותית ביותר לתלמיד. אנו מנסים למנוע מקרים של זלזול או התעלמות על ידי בית הספר, שעלולים לפגוע בבטחון העצמי של התלמיד.

יש לנסות למנוע ממורי בתי הספר את ההרגשה שהתוכנית "לוקחת" מהם את התלמידים הטובים היותר. על ידי שיחות והסברים למורי בית הספר ניתן לתת להם הרגשה של שותפות ולא תחרות.

<u>מידת הצלחת התלמידים:</u>

ניתן למדוד את מידת הצלחת התכנית על פי ציוני בוגרי התוכנית. לדוגמא, מפורטים בטבלה שלהלן ממוצעי הבגרות באזורים השונים בארץ בשנה"ל תש"ס. תוצאות אלו משקפות את ציוני הבגרות של תלמידי התכנית בשנים האחרונות. יש לציין כי על פי עדויות של בוגרי התוכנית, הוריהם ומוריהם, התלמידים רוכשים הרגלי לימוד טובים יותר וחשיבה אנליטית שמלווה אותם ומסייעת להם בכל תחומי לימודיהם. יש לצפות שהניסיון של התלמידים הלומדים קורסים אקדמיים עוד בהיותם בתיכון מסייע להשתלבותם בלימודיהם כסטודנטים מן המנין.


בגרות תש"ס לפי קבוצות
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
אילן א'
גוש דן
חיפה
אשקלון
בת ים
נתניה
רעננה
אשדוד
אילן ב'
גבעתיים
ממוצע ארצי